IMPLEMENTASI ALGORITMA *SEQUENTIAL COLORING* DAN ALGORITMA *WELCH POWELL* DALAM PEWARNAAN GRAF

(Studi Kasus Penjadwalan Perkuliahan Jurusan Matematika Unikaltar)

SKRIPSI

Oleh :

NISCAYAH KIRING

201721012

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS KALTARA

TANJUNG SELOR

2023

IMPLEMENTASI ALGORITMA *SEQUENTIAL COLORING* DAN ALGORITMA *WELCH POWELL* DALAM PEWARNAAN GRAF

(Studi Kasus Penjadwalan Perkuliahan Jurusan Matematika Unikaltar)

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana
Pada Program Sarjana Universitas Kaltara Tanjung Selor

Disusun dan Diajukan oleh

NISCAYAH KIRING

NIM : 201721012

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS KALTARA

TANJUNG SELOR

2023

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Saya yang bertandatangan di bawah ini :

Nama : Niscayah Kiring

NPM : 201721012

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan mengambil alihan tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Tanjung Selor, Juli 2023

PENGESAHAN SKRIPSI

Skripsi ini telah dipertahankan di hadapan sidang panitia ujian skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Kaltara pada tanggal,

23 Juni 2023

Dewan Penguji

Penguji I

Dr. Siti Aisyah, M.Si
NIDN. 11.130684.01

Penguji II

St. Syahdan, M.Pd
NIDN.11.080989.01

Mengesahkan
Dekan Fakultas MIPA

Ratna Dwi Cristyanti, M.Si
NIDN. 11.110388.02

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika

St. Syahdan, M.Pd
NIDN.11.080989.01

HALAMAN PERSETUJUAN

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS KALTARA
TANJUNG SELOR

Kami dengan ini menyatakan bahwa Skripsi yang ditulis oleh

NISCAYAH KIRING

NPM. 201721012

Dengan Judul Penelitian

IMPLEMENTASI ALGORITMA *SEQUENTIAL COLORING* DAN ALGORITMA *WELCH POWELL* DALAM PEWARNAAN GRAF

Menyetujui Pembimbing

Ratna Dwi Christyanti, M.Si
NIDN. 11.110388.02

Dekan Fakultas MIPA

Ratna Dwi Christyanti, M.Si
NIDN. 11.110388.02

Ketua Jurusan Matematika

Sri Syahdan, M.Pd
NIDN. 11.080989.01

PERSEMBAHAN DAN MOTTO

PERSEMBAHAN

Puji syukur kepada tuhan Yesus, atas berkat dan penyertaannya yang telah memberikan saya kemampuan, kesehatan, kesabaran dan ilmu-ilmu yang bermanfaat dalam menyelesaikan Sripsi ini.

Kupersembahkan karya ini teruntuk,

Ibu, Ayah, dan Saudara-Saudariku tercinta, yang selalu memberikan do'a, semangat dan motivasi yang tiada henti dalam proses pembuatan skripsi ini.

Terima Kasih yang tak terhingga kepada dosen-dosenku, terutama Ibu Pembimbingku yang dengan sabar dan tak kenal lelah dalam membimbing, memotivasi dan memberikan ilmu serta arahan yang sangat bermanfaat kepadaku.

Almamater kebanggaanku terkhusus Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Kaltara.

MOTTO

Tetap fokus pada tujuan, perbanyak aksi bukan motivasi.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis sampaikan kepada tuhan Yesus, atas penyertaannya lah sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Adapun judul skripsi yang penulis ajukan adalah adalah "Implementasi algoritma *Sequential Coloring* dan algoritma *Welch Powell* dalam pewarnaan graf" yang merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains.

Penulis menyadari bahwa selama proses penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bimbingan, arahan, serta bantuan dari banyak pihak yang telah membantu, olehnya itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Kedua Orangtua saudara-saudari serta teman-temanku yang telah memberikan dorongan moral, do'a dan dukungan selama ini.
2. Ibu St. Syahdan, M.Pd selaku Dosen Pembimbing Akademik dan Ketua Jurusan Matematika yang telah dan selalu memberikan motivasi.
3. Ibu Ratna Dwi Christyanti, M.Si selaku Dosen Pembimbing dan Dekan Fakultas MIPA yang telah memberikan bimbingan, semangat, serta motivasi.
4. Ibu Dr. Siti Aisyah, M.Si dan Ibu Si St. Syahdan, M.Pd selaku penguji yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan masukan dan saran dalam skripsi ini.
5. Segenap Dosen Fakultas MIPA Universitas Kaltara yang selama ini telah memberikan ilmu yang sangat bermanfaat kepada penulis.

6. Keluarga Besar Universitas Kaltara, khususnya teman-teman di Fakultas MIPA atas dukungan dan kerjasamanya.

Semoga segala kebaikan dan bantuan semuanya diberikan berkat yang berlimpa dari Allah, Aminn. Penulis menyadari skripsi ini masih memiliki banyak kekurangan, penulis mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun demi kesempurnaan penulisan ini sehingga dapat memberikan manfaat bagi pembaca dan agar dapat dikembangkan lebih lanjut.

Tanjung Selor, Juli 2023

Penulis

ABSTRAK

NISCAYAH KIRING. *Implementasi Algoritma Sequential Coloring dan algoritma Welch Powell dalam pewarnaan graf* (dibimbing oleh Ratna Dwi Cristyanti).

Pewarnaan graf adalah salah satu aplikasi dalam teori graf, yaitu memberikan warna pada sebuah simpul, baik warna minimum maupun maksimum. Penelitian ini membahas tentang implementasi Algoritma *Sequential Coloring* dan algoritma *Welch Powell* dalam pewarnaan graf. Pewarnaan graf untuk menyelesaikan masalah penjadwalan mata kuliah. Berdasarkan hasil penelitian menunjukkan bahwa pewarnaan simpul penjadwalan dengan menggunakan algoritma *Welch Powell* menghasilkan bilangan kromatik $X(G) = 10$ dan algoritma *Sequential Coloring* menghasilkan bilangan kromatik $X(G) = 8$. Sehingga diperoleh, pewarnaan simpul penjadwalan dengan menggunakan algoritma *Sequential Coloring* lebih baik dibandingkan dengan menggunakan algoritma *Welch Powell*.

Kata Kunci : Bilangan Kromatik (X(G)), Teori graf, Algoritma *Sequential Coloring*, Algoritma *Welch Powell*.

ABSTRACT

NISCAYAH KIRING. Implementation of Sequential Coloring Algorithm and Welch Powell's Algorithm in graph coloring (supervised by Ratna Dwi Cristyanti).

Graph coloring is one of the applications in graph theory, which is to give a color to a vertex, both minimum and maximum colors. This study discusses the implementation of the Sequential Coloring Algorithm and Welch Powell's Algorithm in graph coloring. Graph coloring to solve course scheduling problems. Based on the results of the study, it was shown that coloring the scheduling nodes using the Welch Powell algorithm produces a chromatic number X(G) = 10 and the Sequential Coloring algorithm produces a chromatic number X(G) = 8. So it is obtained that the coloring of the scheduling nodes using the Sequential Coloring algorithm is better than using Welch Powell's algorithm.

Keywords: Chromatic Number (X(G)), Graph theory, Sequential Coloring Algorithm, Welch Powell Algorithm.

DAFTAR ISI

Halaman

HALAMAN JUDUL ..... **i**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS ..... **ii**

PENGESAHAN SKRIPSI ..... **iii**

PERSEMBAHAN DAN MOTTO ..... **v**

KATA PENGANTAR ..... **vi**

ABSTRAK ..... **viii**

ABSTRACT ..... **ix**

DAFTAR ISI ..... **x**

DAFTAR TABEL ..... **xii**

DAFTAR GAMBAR ..... **xiii**

BAB I PENDAHULUAN 1

1.1 Latar Berlakang 1

1.2 Rumusan masalah 2

1.3 Tujuan Penelitian 3

1.4 Batasan masalah 3

1.5 Manfaat Penelitian 4

BAB II TINJAUAN PUSTAKA 5

2.1 Teori Graf 5

2.2 Defenisi Graf 5

2.3 Jenis-Jenis Graf 6

2.4 Terminologi Graf 7

2.5 Pewarnaan Graf 8

BAB III METODOLOGI PENELITIAN 14

3.1 Jenis Penelitian 14

3.2 Objek Penelitian 14

3.3 Prosedur Penelitian 14

3.4 Diagram Alir 16

3.5 *Flowchart* Algoritma *Welch Powell* 17

3.6 *Flowchart* Algoritma *Sequential Coloring* 18

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN 19

4.1. Data Mahasiswa 19

4.2. Membuat Graf dari Tabel Mata Kuliah 21

4.3. Pewarnaan Graf Menggunakan Algoritma *Welch Powell* 22

4.4. Pewarnaan Graf Menggunakan Algoritma *Sequential Coloring.* 38

4.5. Hasil Pewarnaan Graf 51

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN 54

5.1 Kesimpulan 54

5.2 Saran 53

DAFTAR PUSTAKA 54

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 4.1 Data Mahasiswa 19

Tabel 4.2 Kode Mata Kuliah 20

Tabel 4.3 Simpul Graf, Ketetanggaan, Derajat dan Urutan Simpul 22

Tabel 4.4 Warna Berdasarkan Mata Kuliah 35

Tabel 4.5 Jadwal Mata Kuliah Ruang 1 36

Tabel 4.6 Jadwal Mata Kuliah Ruang 2 36

Tabel 4.7 Urutan Simpul Graf 37

Tabel 4.10 Hasil Pewarnaan Graf Algoritma *Sequential* 46

Tabel 4.11 Hasil Pewarnaan Mata Kuliah 48

Tabel 4.12 Pewarnaan Simpul Mata Kuliah dengan dua Algoritma 49

DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 2.1 Contoh Graf Sederhana 7

Gambar 2.2 Contoh Graf tak Sederhana 7

Gambar 2.3 Contoh Graf 8

Gambar 2.4 Pewarnaan simpul 9

Gambar 2.5 Pewarnaan Sisi 10

Gambar 3.1 Diagram Alir 17

Gambar 3.2 *Flowchart* Algoritma *Welch-Powell* 18

Gambar 3.3 *Flowchart* Algoritma *Sequential Coloring* 19

Gambar 4.1 Gambar Graf yang belum diwarnai 21

Gambar 4.2 Gambar Graf dengan Simpul, Ketetanggaan dan Derajat 23

Gambar 4.3 Pewarnaan Simpul G 24

Gambar 4.4 Pewarnaan Simpul A, P dan T 25

Gambar 4.5 Pewarnaan Simpul B, V dan Y 26

Gambar 4.6 Pewarnaan Simpul I, S, U dan X 27

Gambar 4.7 Pewarnaan Simpul O dan W 28

Gambar 4.8 Pewarnaan Simpul D dan R 29

Gambar 4.9 Pewarnaan Simpul C, N dan Q 30

Gambar 4.10 Pewarnaan Simpul K dan L 31

Gambar 4.11 Pewarnaan Simpul E, H, Z dan Simpul F dan M 32

Gambar 4.12 Pewarnaan Simpul J 33

Gambar 4.13 Hasil Akhir Pewarnaan Graf dengan 10 Warna 34

Gambar 4.14 Warna Graf Berdasarkan Angka 45

Gambar 4.15 Hasil Pewarnaan dengan 8 Warna 47

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Berlakang

Matematika merupakan ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya. Terapan ilmu matematika banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu contoh ilmu matematika yang banyak diterapkan dalam kehidupan sehari-hari adalah teori graf. Graf adalah salah suatu pokok bahasan matematika diskrit yang telah lama dikenal dan banyak diterapkan pada berbagai bidang, misalnya pada penyusunan jadwal mata kuliah, rangkaian listrik, pengaturan lampu lalu lintas, peta dan lain-lain.

Pewarnaaan graf adalah metode pewarnaan elemen dari sebuah graf yang terdiri dari pewarnaan simpul *(vertex*), sisi (*edge*), dan wilayah (*region*). Pada penelitian ini yang dijadikan simpul yaitu mata kuliah dan yang dijadikan sebagai sisi yaitu mahasiswa yang memprogram mata kuliah. Dalam pewarnaan graf terdapat beberapa algoritma yang dapat digunakan seperti algoritma *Sequential Coloring*, algoritma *Welch Powell*, algoritma *Genetika* dan beberapa algoritma lainnya.

Algoritma *Welch Powell* merupakan salah satu algoritma pewarnaan graf yang melakukan pewarnaan berdasarkan derajat tertinggi dari simpul-simpulnya atau titik-titknya atau disebut *Largesf Degree Ordering* (LDO). Algoritma *Welch Powell* juga dapat digunakan untuk mewarnai sebuah graf G secara efisien.

Algoritma ini tidak selalu memberikan jumlah warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai G, namun cukup praktis untuk digunakan dalam pewarnaan simpul sebuah graf. Algoritma *Welch Powell* hanya cocok digunakan untuk graf dengan orde yang kecil.

Algoritma *Sequential Coloring* adalah sebuah algoritma untuk mewarnai sebuah graf dengan k warna, di mana k adalah bilangan integer positif. Metode yang digunakaan algoritma ini adalah dengan p pewarnaan langsung sebuah graf (G) dengan warna yang seminimum mungkin. Jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai titik pada suatu graf disebut bilangan kromatik graf, yang disimbolkan dengan $X(G)$. Pada penelitian ini akan digunakan metode pewarnaan graf karena dianggap lebih sederhana dibanding metode yang lain, yaitu dengan menempatkan kejadian setiap kejadian secara sekuensial ke dalam periode waktu yang valid sedemikian sehingga tidak ada konflik antar kejadian (Ammar, 2019). Teknik ini menggunakan representasi graf, dimana kejadian direpresentasikan sebagai *verteks* (titik) dan konflik direpresentasikan sebagai *edge* (sisi).

Berdasarkan identifikasi masalah yang telah diuraikan diatas, maka maka peneliti akan melakukan penelitian dengan judul "Implementasi Algoritma *Sequential Coloring* dan algoritma *Welch Powell* dalam Pewarnaan Graf ".

1.2 Rumusan masalah

Berdasarkan identifikasi masalah yang telah diuraikan pada latar belakang, maka perumusan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana hasil implementasi algoritma *Sequential Coloring* pada pewarnaan graf dalam penjadwalan mata kuliah?
2. Bagaimana hasil implementasi algoritma *Welch Powell* pada pewarnaan graf dalam penjadwalan mata kuliah?
3. Manakah yang lebih baik diantara algoritma *Sequential Coloring* dan algoritma *Welch Powell* pada pewarnaan graf dalam penjadwalan mata kuliah ?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah:

1. Untuk mendapatkan hasil implementasi algoritma *Sequential Coloring* pada penjadwalan mata kuliah.
2. Untuk mendapatkan hasil implementasi algoritma *Welch Powell* pada penjadwalan mata kuliah.
3. Untuk mendapatkan perbandingan hasil pewarnaan terbaik diantara algoritma *Sequential Coloring* dan algoritma *Welch Powell* pada pewarnaan graf dalam penjadwalan mata kuliah.

1.4 Batasan masalah

Beberapa batasan dalam penelitian ini adalah :

1. Mata kuliah yang diajarkan oleh dosen yang sama, sebaiknya tidak dijadwalkan dalam waktu yang bersamaan agar materi yang akan diberikan dapat diberikan secara maksimal oleh dosen.
2. Mata kuliah yang mungkinkan diambil oleh angkatan yang berbeda, tidak boleh dilakukan dalam waktu yang bersamaan.

3. Dosen yang sama tidak dapat mengajar mata kuliah yang berbeda dalam waktu yang bersamaan.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat pada penelitian ini adalah:

1. Bagi peneliti

   Mampu menerapkan pewarnaan graf, khususnya dalam penyusunan jadwal.

2. Bagi pengembangan ilmu pengetahuan

   Sebagai bahan bacaan sekaligus bahan referensi bagi perkembangan keilmuan khususnya di jurusan matematika dalam bidang pewarnaan graf.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Teori Graf

Teori graf adalah salah satu cabang ilmu matematika yang sudah menyumbang banyak aplikasi dalam kehidupan nyata, seperti teori graf sering digunakan dalam studi tentang jaringan transportasi, jaringan komunikasi, jaringan listrik, struktur senyawa kimia, pewarnaan peta, desain arsitektur, penjodohan dan bidang yang lainnya. Teori graf memiliki banyak pembahasan diantaranya operasi graf dan pewarnaan graf (Utari A, 2019). Perkembangan teori graf tidak terlepas dari permasalahan-permasalahan yang harus dipecahkan pada berbagai bidang tersebut, bahkan seringkali sebuah teori lahir dari suatu permasalahan sederhana yang selanjutnya berkembang dengan pesat menjadi teori yang mapan.

Pada tahun 1736, teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler yang mempubliskan penyelesaian suatu teka-teki. Euler membuktikan bahwa tidak ada kemungkinan untuk melewati tepat satu kali pada setiap jembatan di empat daerah yang terhubung dengan tujuh jembatan di atas sungai Pregel, Konigsberg, Rusia

2.2 Defenisi Graf

Suatu graf G adalah sebuah pasangan tak terurut dari V dan E yaitu

$G = \{V(G), E(G)\} = \{V, E\}$ dengan :

1. V adalah himpunan simpul (*vertex*).
2. E adalah himpuan sisi (*edge*) yaitu pasangan (tak terurut) dari dua simpul (Sukriadi, 2019).
3. Orde dari graf G, ditulis $|V(G)| = n$ adalah banyaknya titik pada graf.
4. Ukuran dari graf G, ditulis, $|E(G)| =$ m adalah banyaknya garis pada graf.
5. Derajat dari suatu titik pada graf $G(\{E\})$ adalah banyaknya titik lain yang terhubung (secara langsung) ke titik tersebut.

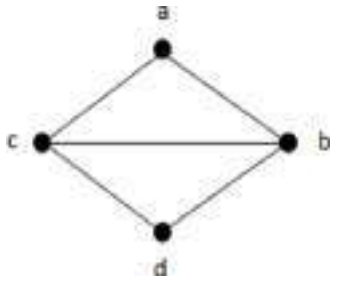
Graf G adalah pasangan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan titik kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi. Banyaknya unsur di $V(G)$ disebut *order* dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$, dan banyaknya unsur di $V(G)$ disebut ukuran dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka *order* dari G masing-masing cukup ditulis p dan q. Graf dengan order p dan ukuran q dapat disebut graf $G\ (p, q)$. Derajat dari suatu titik pada graf adalah banyaknya titik lain yang terhubung (secara langsung) ke titik tersebut.

2.3 Jenis-Jenis Graf

Jenis-jenis graf dapat diklasifikasikan berdasarkan beberapa faktor-faktor berikut ini (Alhamis, 2012) :

1. Graf sederhana

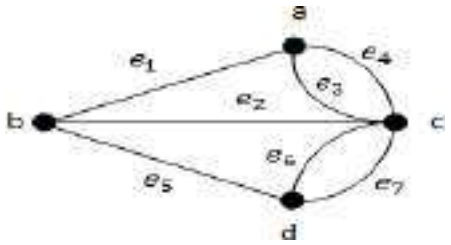
Graf sederhana yaitu graf yang tidak mengandung sisi ganda. Gambar di bawah ini adalah contoh graf sederhana



Gambar 2.1 Contoh Graf Sederhana

2. Graf tak sederhana

Graf tak sederhana yaitu graf yang mengandung sisi ganda atau sisi, Gambar dibawah ini adalah contoh graf tidak sederhana.



Gambar 2.2 Contoh Graf tak Sederhana

2.4 Terminologi Graf

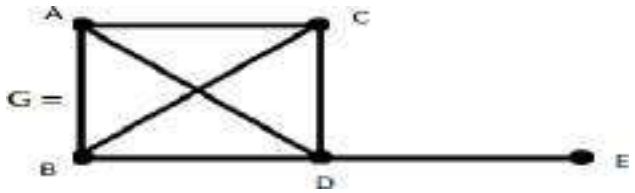
Nama "graf" diberikan karena graf dapat disajikan dalam secara grafik atau gambar, dan justru dengan bentuk gambar inilah sifat-sifat graf dapat dikenali secara detail (Sukriadi, 2019). Titik disajikan dalam bentuk noktah (*dot*) atau lingkaran kecil dan sisi disajikan dalam bentuk garis atau kurva yang memasangkan dua titik. Penyajian graf secara gambar tidak harus tunggal. Penempatan posisi titik dan sisi

tidak menjadi perhatian serius. Perhatikan Gambar 2.3 yang memuat himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ seperti berikut ini.

$\mathrm{V(G)} = \{\mathrm{a, b, c, d, e}\}$

$E(G) = \{(a, b), (a, c), (a, d), b, d), (b, d), (b, c), (d, e)\}$

Graf G tersebut secara lebih jelas dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 2.3 Contoh Graf

Graf G mempunyai 5 titik sehingga order G adalah $p = 5$. Graf G mempunyai 6 sisi sehingga ukuran graf G adalah $p = 6$. Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = (u, v)$ adalah sisi di graph G, maka v dan v disebut terhubung langsung, v dan e serta u dan e disebut terkait langsung, dan titik u dan v disebut ujung dari e.

Suatu graf disebut graf planar jika graf tersebut dapat digambarkan pada bidang datar sedemikian sehingga sisi-sisinya hanya beririsan (berpotongan) titik-titik akhirnya. Graf bidang adalah graf planar G yang digambarkan pada bidang datar sedemikian sehingga tidak ada sisi-sisi yang saling beririsan (berpotongan) kecuali pada titik-titik akhir dari sisi-sisi tersebut (Ramadhani, 2016).

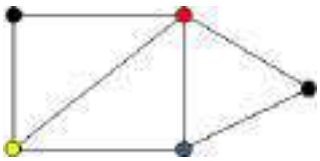
2.5 Pewarnaan Graf

Pewarnaan titik suatu graf adalah pemberian warna terhadap titik sedemikian sehingga dua titik yang berdampingan mempunyai warna yang berlainan. Sebuah titik

dapat diberikan sembarang warna asalkan warna yang diberikan berbeda dengan titik yang berdekatan dengannya. Dikatakan G berwarna n, bila terdapat pewarnaan dengan menggunakan n warna. Jumlah minimun yang dibutuhkan disebut bilangan kromatik dari G, ditulis $K(G)$ (Saldi, 2017). Masalah pewarnaan graf diyakini pertama kali muncul sebagai masalah pewarnaan peta, dimana warna setiap daerah pada peta yang berbatasan dibuat berlainan sehingga mudah untuk dibedakan. Pewarnaan graf adalah kasus khusus dari pelabelan graf. Pelabelan disini maksudnya, memberikan warna pada titik pada batas tertentu. Persoalan pewarnaan graf dibagi ke dalam tiga macam yaitu:

1. Pewarnaan Simpul (*Vertek Coloring*)

Pewarnaan titik pada graf adalah memberi warna pada titik-titik suatu graf sedemikian sehingga tidak ada dua titik bertetangga yang memiliki warna yang sama. Suatu pewarnaan yang menggunakan beberapa n-buah warna biasanya disebut dengan n-coloring. Ukuran terkecil banyaknya warna yang dapat diberikan kepada sebuah graph G dinamakan dengan bilangan kromatik yang dilambangkan dengan $X(G)$.

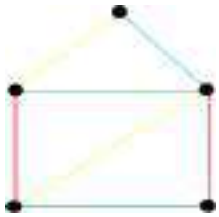


Gambar 2.4 Pewarnaan simpul

Berdasarkan gambar 4 di atas, graf tersebut mempunyai bilangan kromatik 4 $(X(G) = 4$, karena ukuran terkecil banyaknya warna yang dapat diberikan pada graf tersebut adalah 4 warna, yaitu: merah, kuning, biru dan hitam.

2. Pewarnaan Sisi (*Edge Coloring*)

Pewarnaa sisi pada graf adalah memberikan warna pada garis sedemikian rupa sehingga setiap garis yang bertumpuan pada titik yang sama diberi warna yang berbeda. Pewarnaan sisi dengan warna-warna (sebut saja variabel k) dinamakan sebagai pewarnaan sisi k dan *ekuivalen* dengan persoalan membagi sisi dengan warna-warna tertentu pada himpunan sisi dengan warna tertentu. Angka terkecil dari warna-warna yang dibutuhkan untuk pewarnaan sisi graf disebut sebagai *indeks* kromatik atau angka kromatik sisi yang dilambangkan dengan $v'(G)$ (Mussafi. 2015).



Gambar 2.5 Pewarnaan Sisi

Berdasarkan Gambar 2.5, graf tersebut mempunyai bilangan kromatik 4, karena ukuran terkecil banyaknya warna yang dapat diberikan pada sisi graf tersebut adalah 4 warna yaitu merah, kuning, biru dan hitam.

3. Pewarnaan Wilayah (*Region Coloring*)

Pewarnaan wilayah adalah pemberian warna pada setiap wilayah pada graf sehingga tidak ada wilayah bersebelahan yang memiliki warna yang sama. Misalnya adalah masalah pewarnaan peta. Tiap wilayah pada peta dinyatakan sebagai simpul graf. Sedangkan sisi menyatakan bahwa terdapat dua wilayah yang berbatasan

langsung (disebut juga bertetangga). Oleh karena itu, graf yang terbentuk merupakan graf planar (Alhamis, 2012).

4. Algoritma *Welch Powell*

Algoritma *Welch Powell* dapat digunakan untuk mewarnai sebuah graf secara efisien. Algoritma ini tidak selalu memberikan jumlah warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai graf, namun algoritma ini cukup praktis untuk digunakan dalam pewarnaan simpul sebuah graf. Algoritma *Welch Powell* hanya cocok digunakan untuk graf dengan orde yang kecil. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

Langkah 1 (Melabel simpul dengan derajatnya). Label simpul $V_1, V_2, V_3, \ldots, V_n$ sedemikian hingga derajat $(V_1) > (V_2) \ldots > V_n$.

Langkah 2 (Warnai simpul belum berwarna pertama dari simpul-simpul belum berwarna yang berdekatan dengan titik itu). Berikan warna yang belum digunakan pada simpul belum berwarna yang pertama pada daftar simpul itu. Lakukan hal itu pada semua simpul dalam daftar sesuai urutan derajat (dari yang terbesar sampai derajat terkecil), berikan warna baru ini pada setiap simpul yang tidak berdekatan dengan setiap titiklain yang telah diwarnai ini.

Langkah 3 (Periksa graf yang telah diwarnai). Jika beberapa simpulnya belum berwarna, maka kembalilah ke langkah 2.

Langkah 4 (Selesai). Pewarnaan graf telah dilakukan.

5. Algoritma *Sequential Coloring*

Algoritma *Sequential Coloring* adalah sebuah algoritma untuk mewarnai sebuah graf dengan k-warna, di mana k adalah bilangan integer positif. Metode yang digunakaan algoritma ini adalah dengan pewarnaan langsung sebuah graf dengan warna yang sesedikit mungkin. Berikut ini merupakan langkah-langkah dari algoritma *Sequential Coloring* :

a. $G = (V, E)$ adalah graf dengan jumlah simpul v buah. Beri nama simpul graf tersebut dengan $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_v$. Misalkan warna-warna yang mungkin mewarnai simpul graf adalah 1,2,3,…v.

b. Buat $L_i = < 1,2,3, \ldots v >$ dengan L_i adalah kumpulan warna yang mungkin menjadi warna dari titik x_i dimulai dari $i = 1$ hingga v.

c. Lakukan pewarnaan secara berurutan berdasarkan urutan dari titik x_i dimulai dari $i = 1$ hingga v, dengan cara sebagai berikut:

1) Warnai titik x_i dengan C_i (C_i adalah warna pertama pada list L_i).

2) Untuk $j = i$ hingga v, lakukan Jika $(x_i , x_j) \in E\ (G)$maka $l_j = l_j - C_i$ artinya adalah jika C_i anggota l_j buang C_i dari l_j, sebab x_j tidak boleh diwarnai dengan warna C_i karena C_i telah menjadi warna x_i yang bertetangga dengan x_j. l_j adalah kumpulan warna yang mungkin bisa menjadi warna dari x_j.

d. Tiap simpul telah diberi warna dan jumlah yang digunakan dihitung. Pewarnaan simpul graf dengan menggunakan algoritma *Sequential Coloring* (Alhamis, 2012).

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian studi kasus yang bertujuan mengumpulkan informasi. Informasi dalam penelitian ini berupa jadwal mata kuliah yang didapatkan langsung dari Jurusan Matematika FMIPA Universitas Kaltara. Pada penelitian ini digunakan pewarnaan graf menggunakan algoritma *Sequential Coloring* dan algoritma *Welch Powell*.

3.2 Objek Penelitian

Objek pada penelitian ini adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Kaltara yang mewakili mahasiswa lain yang mengambil mata kuliah yang sama pada semester ganjil tahun akademik 2017/2018.

3.3 Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian yang dilakukan dalam penelitian ini untuk menyelesaikan permasalahan dan mencapai tujuan adalah sebagai berikut :

1. Mengumpulkan Data

   Data mata kuliah yang terdapat pada semester genap tahun Jurusan Matematika FMIPA Universitas Kaltara yang diambil oleh mahasiswa pada setiap angkatan.

2. Membuat Graf dari Data

   Buat matriks ketetanggaan dari masing-masing mata kuliah tersebut berdasarkan mahasiswa yang mengambil mata kuliah tersebut dalam tingkat yang sama. Untuk himpunan simpulnya adalah semua mata kuliah yang

terdapat di semester genap tahun Jurusan Matematika FMIPA Universitas Kaltara.

3. Algoritma *Welch Powell*

   Pewarnaan graf mengunakan algoritma *Welch Powell* adalah salah satu cara yang efisien untuk mewarnai sebuah graf. Pewarnaan graf menggunakan algoritma *Welch Powell* dengan cara mewarnai simpul berderajat tertinggi dengan simpul yang tidak bertetangga dengan warna yang sama.

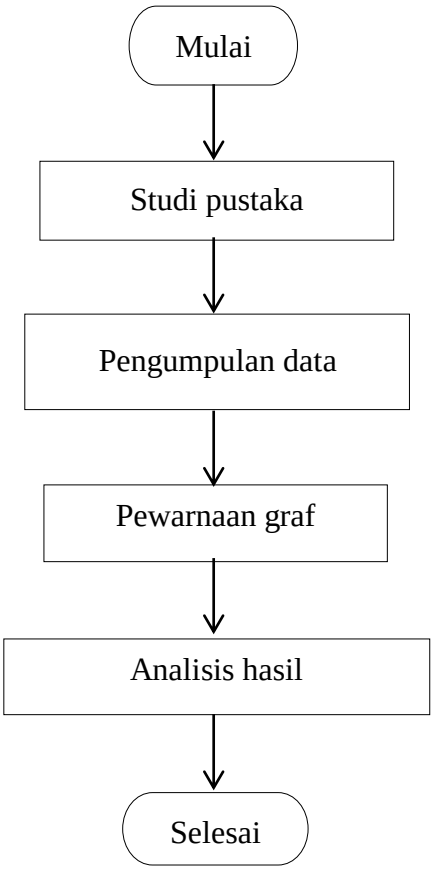
4. Algoritma *Sequential Coloring*

   Pewarnaan graf menggunakan algoritma *Sequential Coloring* dilakukan berdasarkan urutan simpul pada graf dan urutan simpul yang akan diwarnai bisa dipilih secara acak.

5. Menganalisis Hasil

   Menyusun jadwal perkuliahan sesuai dengan warna simpul yang sama.

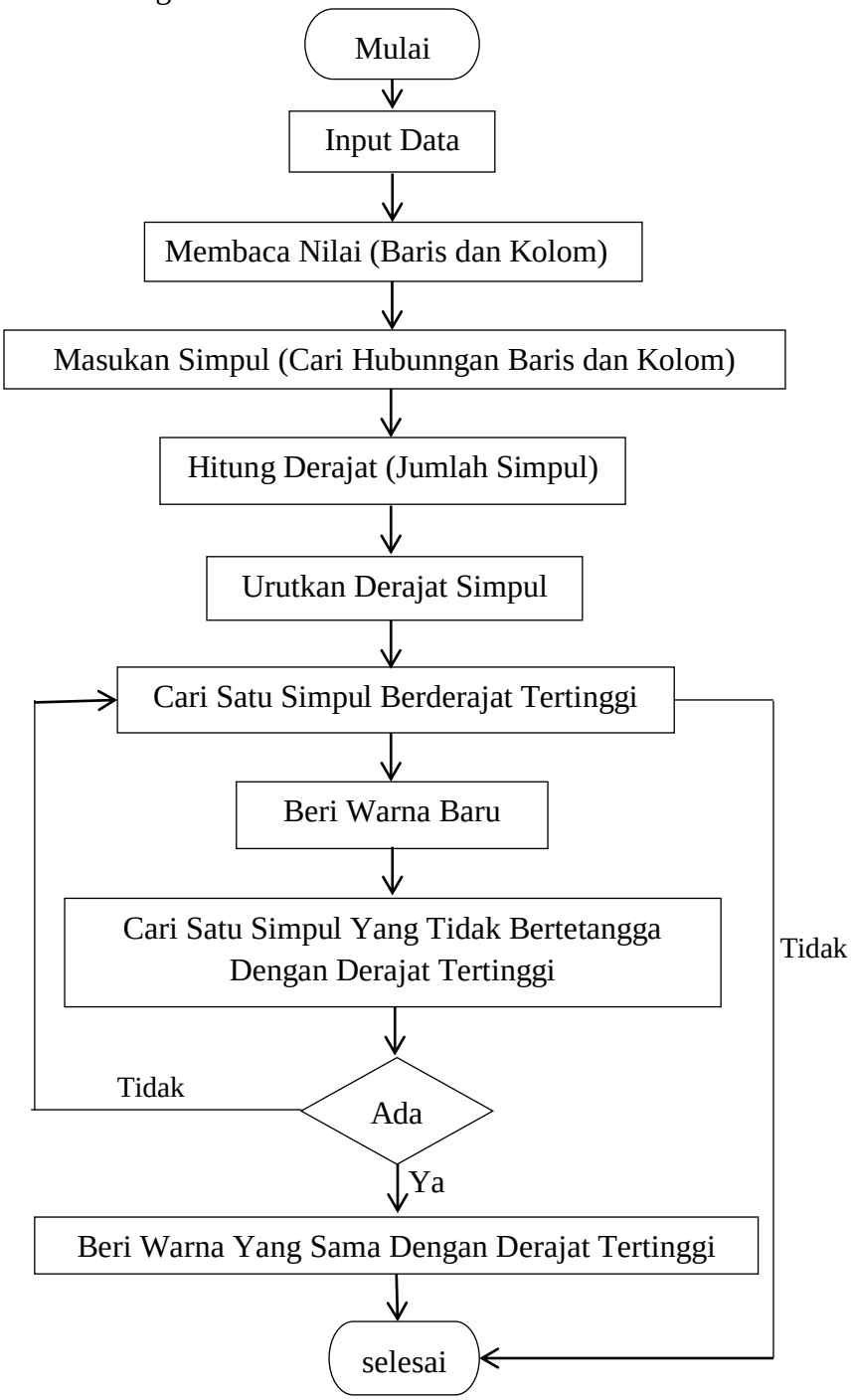
3.4 Diagram Alir



Gambar 3.1 Diagram Alir

3.5 *Flowchart* Algoritma *Welch Powell*

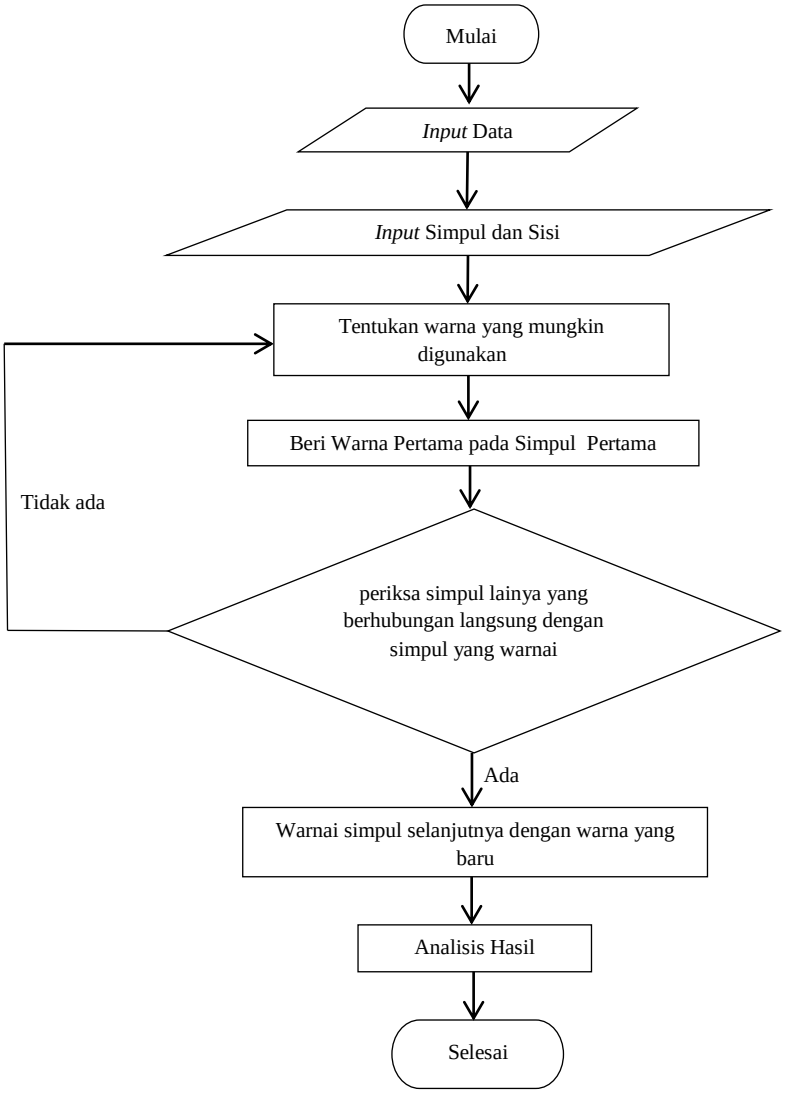
Algoritma *Welch Powell* dalam pewarnaan simpul graf dapat digambarkan dalam *flowchart* sebagai berikut :



Gambar 3.2 *Flowchart* Algoritma *Welch-Powell.*

3.6 *Flowchart* Algoritma *Sequential Coloring*

Algoritma *Sequential Coloring* dalam pewarnaan simpul graf dapat digambarkan dalam *flowchart* sebagai berikut :



Gambar 3.3 *Flowchart* Algoritma *Sequential Coloring.*

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada BAB ini akan dijelaskan mengenai implementasi dari pewarnaan graf yaitu pewarnaan simpul menggunakan algoritma *Welch Powell* dan algoritma *Sequential Coloring* serta perbandingan pewarnaan simpul menggunakan kedua algoritma.

4.1. Data Mahasiswa

Data mahasiswa yang mengambil mata kuliah semester ganjil di Jurusan Matematika FMIPA Tahun Akademik 2017/2018 Universitas Kaltara sebagai berikut.

Tabel 4.1 Data Mahasiswa

NO	MAHASISWA	NPM	MATA KULIAH
1	MUHAMMAD HAYBAQI	2017221016	
2	DESI RIKA RUKMANA	2017221001	
3	HERMANSYAH	2017221003	
4	DESEMPEI	2017221018	
5	JUMIATI	2017221017	
6	AGUSTINAH	2017221019	
7	MEGAWATI	2017221020	
8	SUCI ARIANTI	2017221024	
9	ERIE CHRISTIAN SETIAWAN	2017221026	
10	ARIK AGUSTIAN PRIAUTAMA	2014221001	
11	SARAWIYAH	2014221002	
12	FITRIANI	2014221004	
13	LISA NATASKAYA	2014221005	
14	SALMIAH	2014221008	
15	EKA WAHYUNITA SARI PULUADJI	2014221009	
16	WULAN ISNAENI	2014221012	
17	DWI KURNIADI	2013221001	
18	AHYAR EFENDY	2014221006	
19	DEVI YULIASTUTI	2014221010	
20	SUPIANTO	2014221012	
21	MARSYANUS	2016221001	
22	YENSENSIUS	2016221002	
23	SENIWATI	2016221003	
24	ADDITYO TEGUH PRAYOGO	2016221004	
25	MERRY KRISTIANI	2016221005	
26	MEGAWATI	2016221006	
27	INDAH MAYASARI	2016221007	
28	ARBAIN	2016221008	
29	HARNAH SYURYANNY NURENDA	2016221010	
30	FLASH YAHYA	2016221011	
31	MUHAMMAD AYYUB	2016221012	
32	ANANDA RESQI	2016221013	
33	ANDI FIRMANSYAH	2017221001	
34	PUTRI WULAN SARI	2017221002	
35	YOLANDA SARWINDA MAWUNTU	2017221003	
36	RIVA PUTRI YUNIANTI	2017221004	
37	ROSPINA RURA	2017221005	
38	YANSEN IRANG	2017221006	
39	SRI INDRA YANI	2017221007	
40	PUTRI TIARA DELISA	2017221008	
41	RANIA KUSUMA WIDY	2017221009	
42	AGUS SANTOSO	2017221010	
43	OKTAVERIANUS ARAN	2017221011	
44	SISCAYAM SIRING	2017221012	
45	YUSPA	2017221013	

Sumber: Jurusan Matematika FMIPA Univesitas Kaltara.

Dari Tabel 4.1 diperoleh bahwa 1 dan 0 menandakan mata kuliah apa saja yang diambil mahasiswa (1 merupakan mata kuliah yang diambil sedangkan 0 merupakan mata kuliah yang tidak diambil), sedangkan mata kuliah dikodekan dengan simbol huruf abjad seperti pada Tabel 4.2 sebagai berikut.

Tabel 4.2 Kode Mata Kuliah

KODE	NAMA MATAKULIAH
A	Ilmu Sosial Budaya dasar
B	Aljabar Linear Numerik
C	Kalkulus I
D	Bahasa Indonesia
E	Fungsi Khas
F	Kimia dasar I
G	Basis Data
H	Aljabar Linier Elementer
I	Geometri Transformasi
J	Praktek Statistika I
K	Statistika I
L	Praktek Aljabar Linier Numerik
M	Matematika Asuransi
N	Kapita Selekta Aljabar
O	Tugas Akhir Studi Literatur
P	Pengantar Analisis Real I
Q	Geometri Ruang Dimensi

R Pengantar Analisis Abstrak

S Sistem Dinamik Diskret

T Pengantar Model Probabilitas

U Kalkulus Multivariabel I

V Persamaan Diferensial Elementer

W Pengantar Tek. Informasi

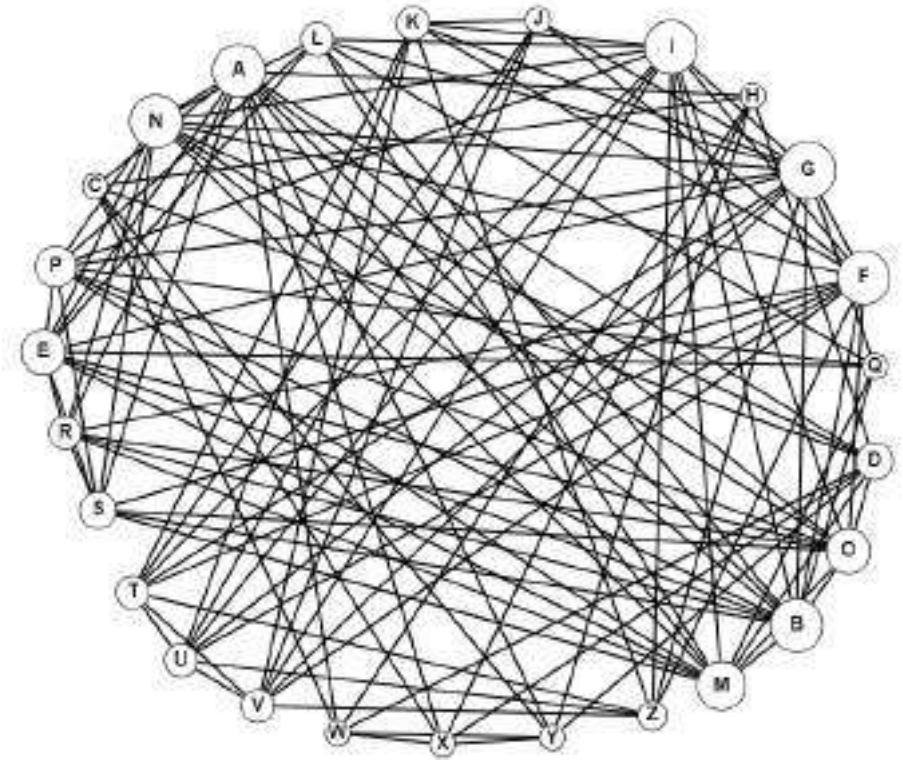
X Logika Matematika dan Himpunan

Y Praktikum Pengantar Tek. Informasi

Z Pengantar Struktur Aljabar II

4.2. Membuat Graf dari Tabel Mata Kuliah

Dari Tabel 4.1 data akan diolah dan didapatkan gambar graf yang belum diwarnai sebagai berikut.



Gambar 4.1 Gambar Graf yang belum diwarnai

4.3. Pewarnaan Graf Menggunakan Algoritma *Welch Powell*

Selanjutnya pemberian warna pada graf, namun sebelum itu susun terlebih dahulu daftar simpul graf, ketetanggaan, derajat dan urutkan simpulnya dari Tabel 4.1 dengan langkah-langkah sebagai berikut :

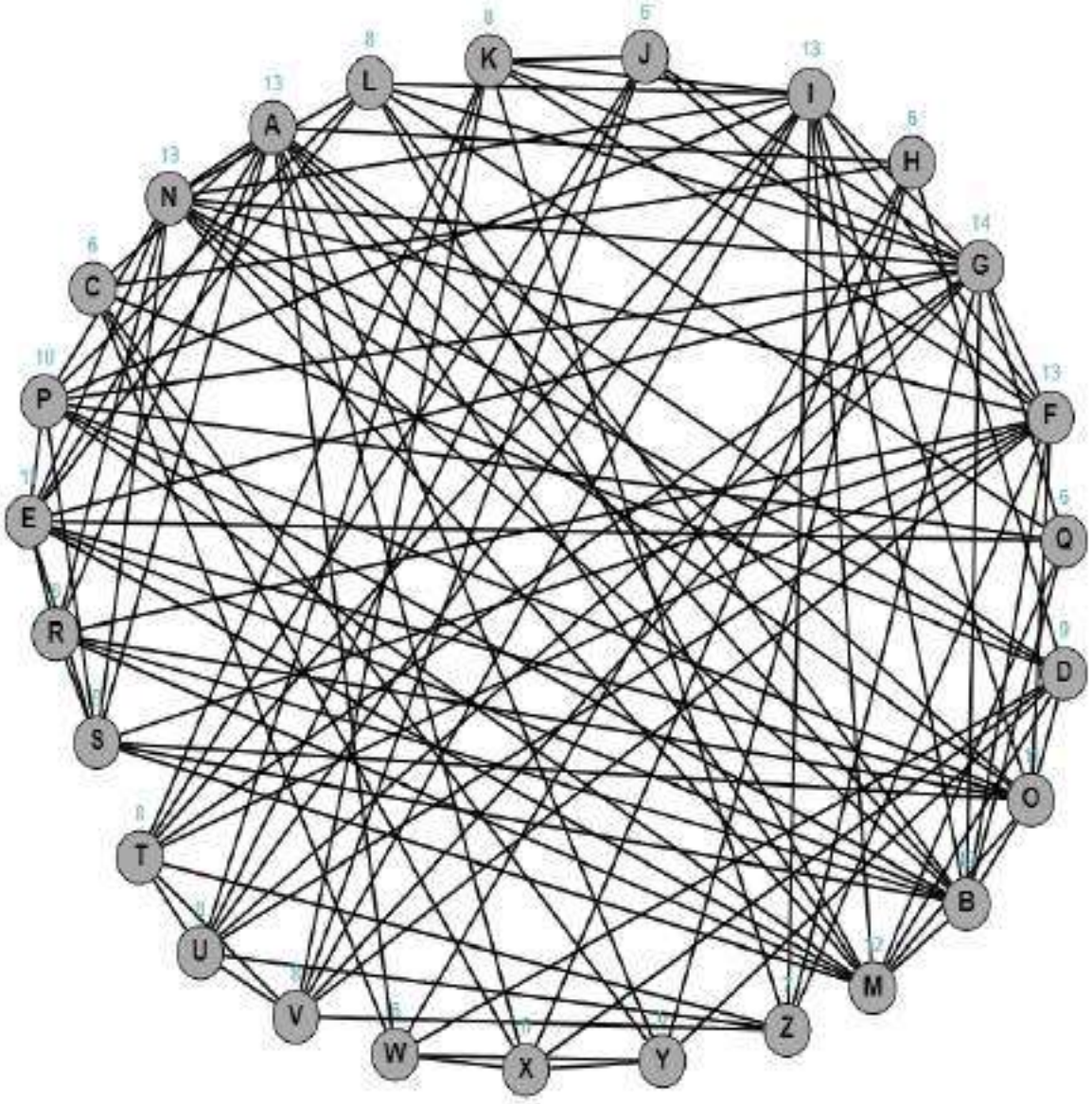
1. Tentukan simpul yang bertetangga dengan simpul tersebut.
2. Tentukan derajat.
3. Setelah ditentukan derajatnya maka langkah selanjutnya adalah menentukan urutannya, diperoleh Tabel 4.3 simpul graf, ketetanggaan, derajat dan urutan simpul sebagai berikut.

Tabel 4.3 Simpul Graf, Ketetanggaan, Derajat dan Urutan Simpul.

SIMPUL (*V*)	**TETANGGA (*E*)**	**DERAJAT**	**URUTAN**
A	BEMNORSCDHWXY	13	2
B	AEFMNORSILP	11	3
C	ADHWXY	6	20
D	MNOCAWXY	8	7
E	GLQMP	5	26
F	IJTUVZ	6	21
G	BELQNPFIJKTUVZ	14	1

H	ACDWXY	6	22
I	MNOPFJTUVZ	10	4
J	FITUVZG	7	16
K	FGIJTUVZ	8	8
L	BEGPQIN	7	17
M	NOPSLEB	7	18
N	MFEBAORS	8	9
O	NMFEBARSD	9	6
P	QELGBONISM	10	5
Q	PELGBEM	7	19
R	SONMFEBA	8	10
S	RONMFEBA	8	11
T	UVJIFZGK	8	12
U	FGIJKTVZ	8	13
V	UTKJIGFZ	8	14
W	ACDHXY	6	23
X	YWHDCA	6	24
Y	XWHDCA	6	25
Z	VUTKJIGF	8	15

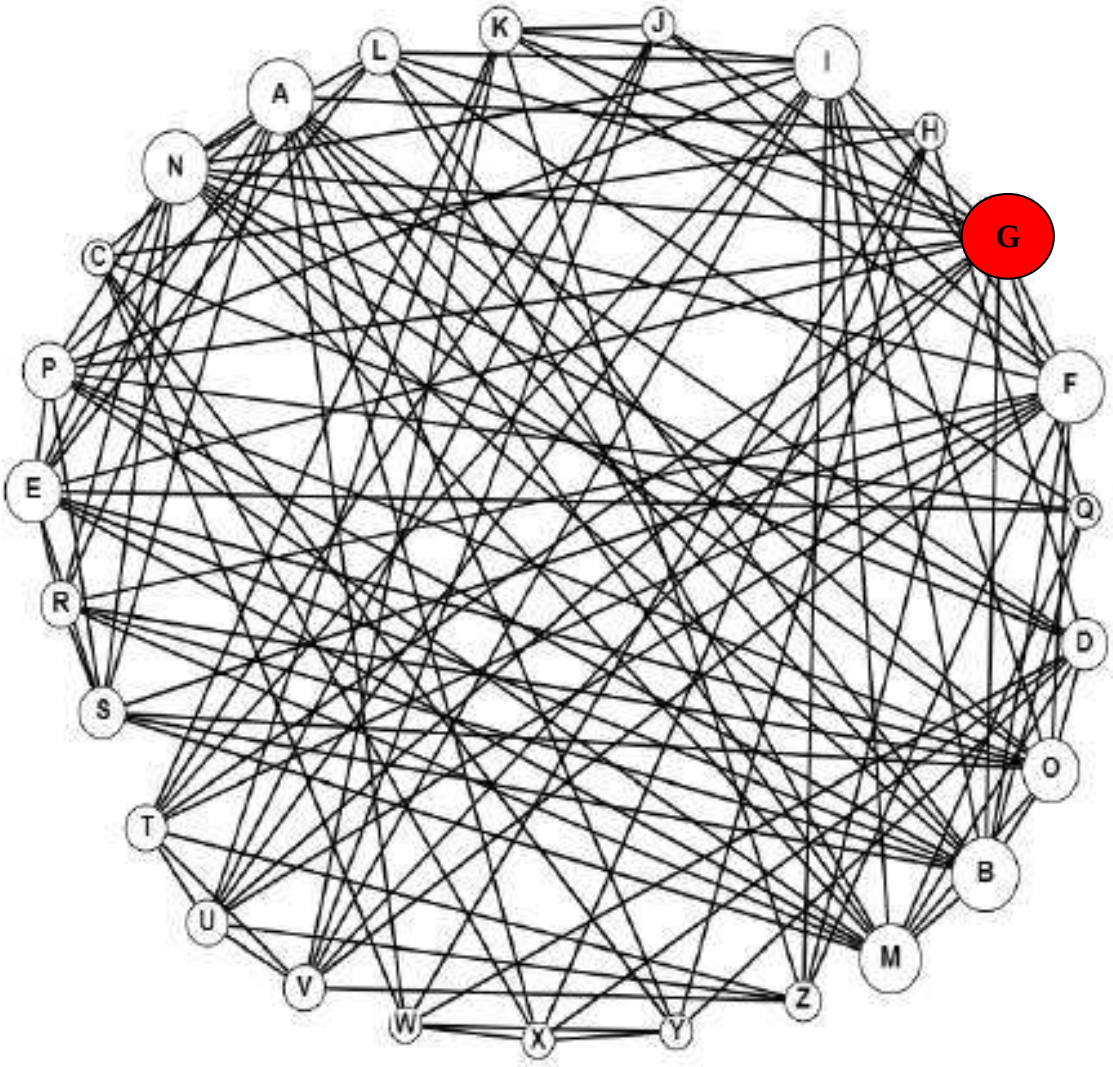
Dari Gambar 4.1 dan Tabel 4.3 diperoleh gambar graf dengan simpul, ketetanggaan dan derajat sebagai berikut.



Gambar 4.2 Gambar Graf dengan Simpul, Ketetanggaan dan Derajat.

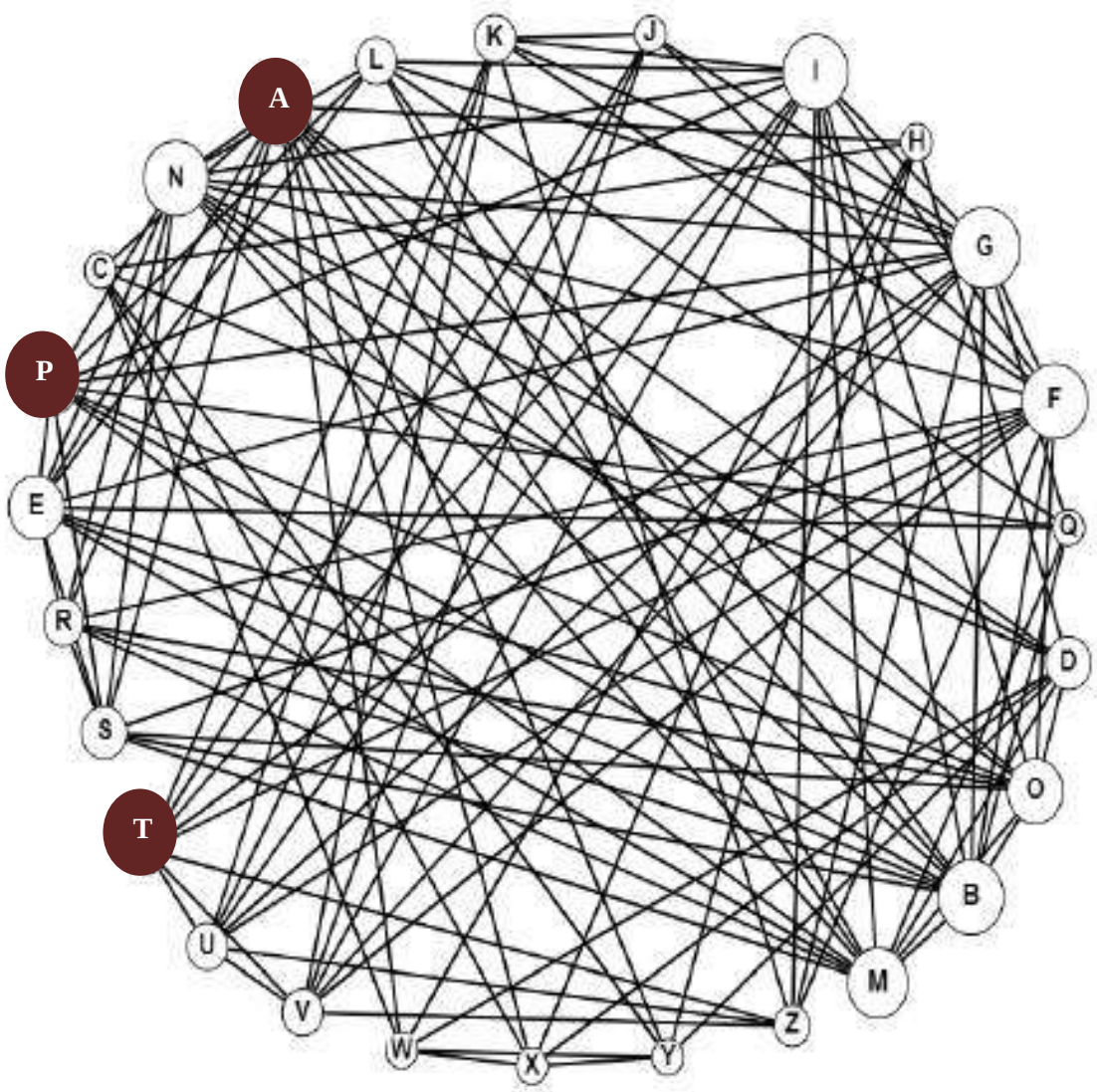
Langkah selanjutnya adalah pewarnaan menggunakan algoritma *Welch Powell* sebagai berikut.

a. Pilih simpul dengan derajat tertinggi yaitu simpul G dengan derajat 14, kemudian diberi warna merah.



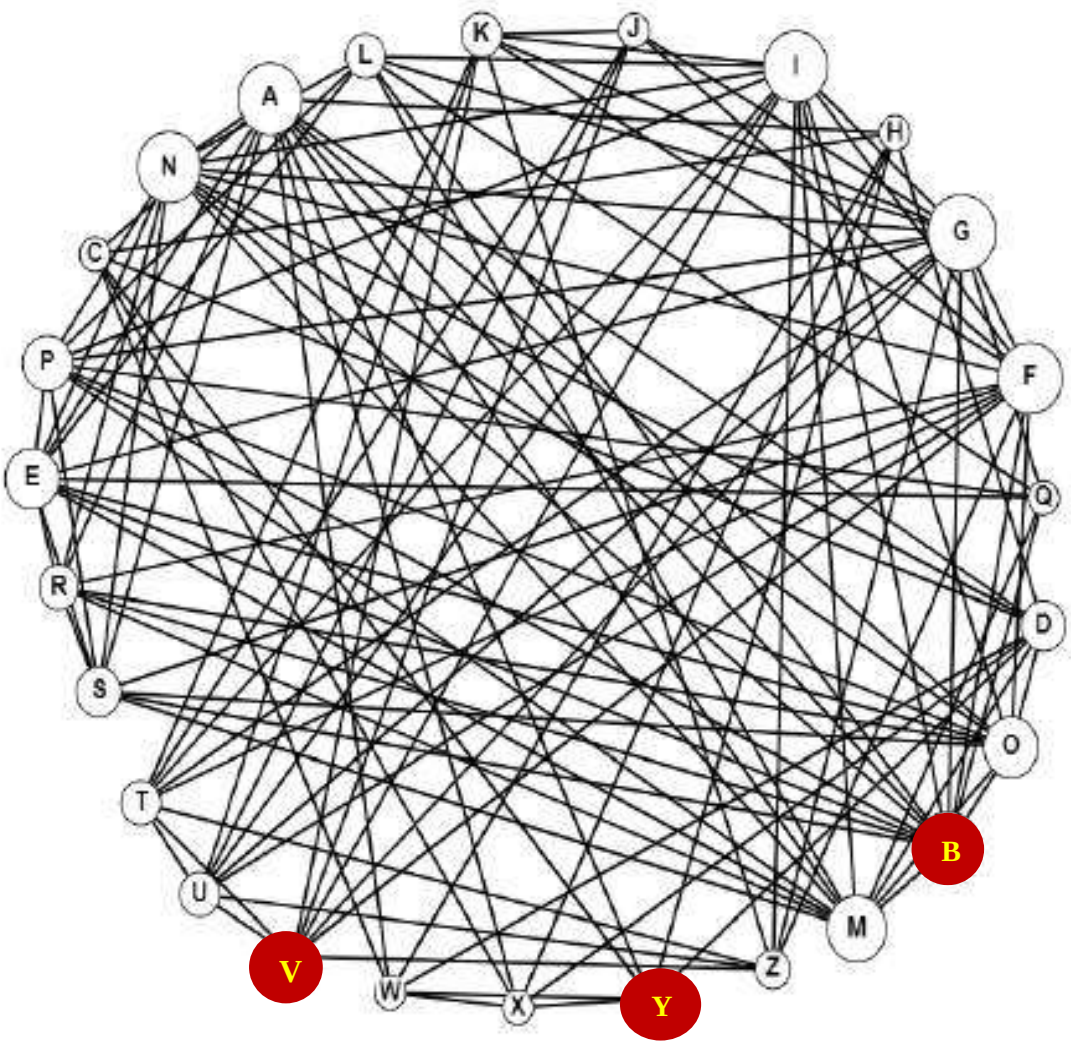
Gambar 4.3 Pewarnaan Simpul G

b. Mulai lagi dengan simpul derajat tertinggi berikutnya yaitu simpul A kemudian diberi warna Coklat. Kemudian pilih simpul yang tidak bertetangga dengan simpul A yaitu simpul P dan T, kemudian diberi warna yang sama dengan simpul A.



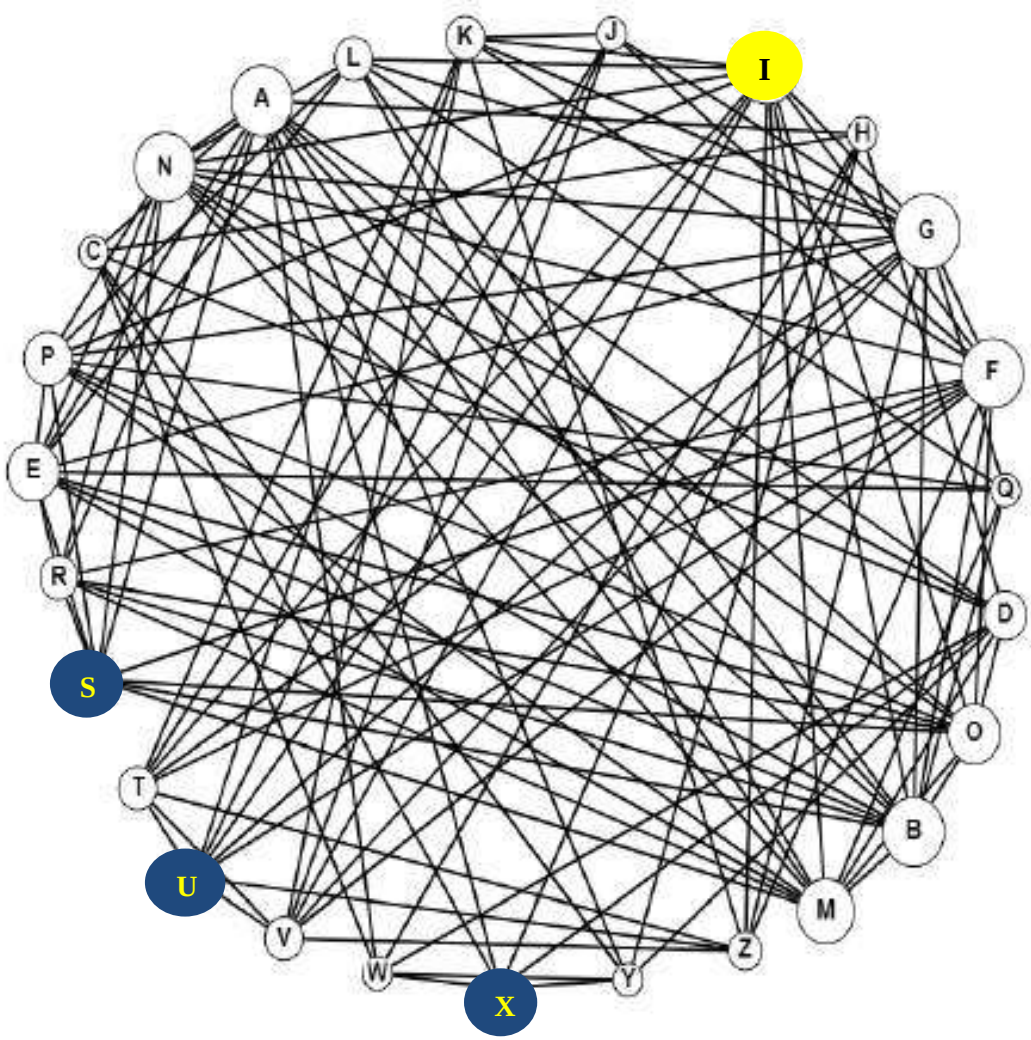
Gambar 4.4 Pewarnaan Simpul A, P dan T

c. Mulai lagi dengan mewarnai simpul berderajat tertinggi ketiga yaitu B dan simpul yang tidak bertetangga dengan simpul B yaitu simpul Y dan V (dalam gambar diberi warna merah muda)



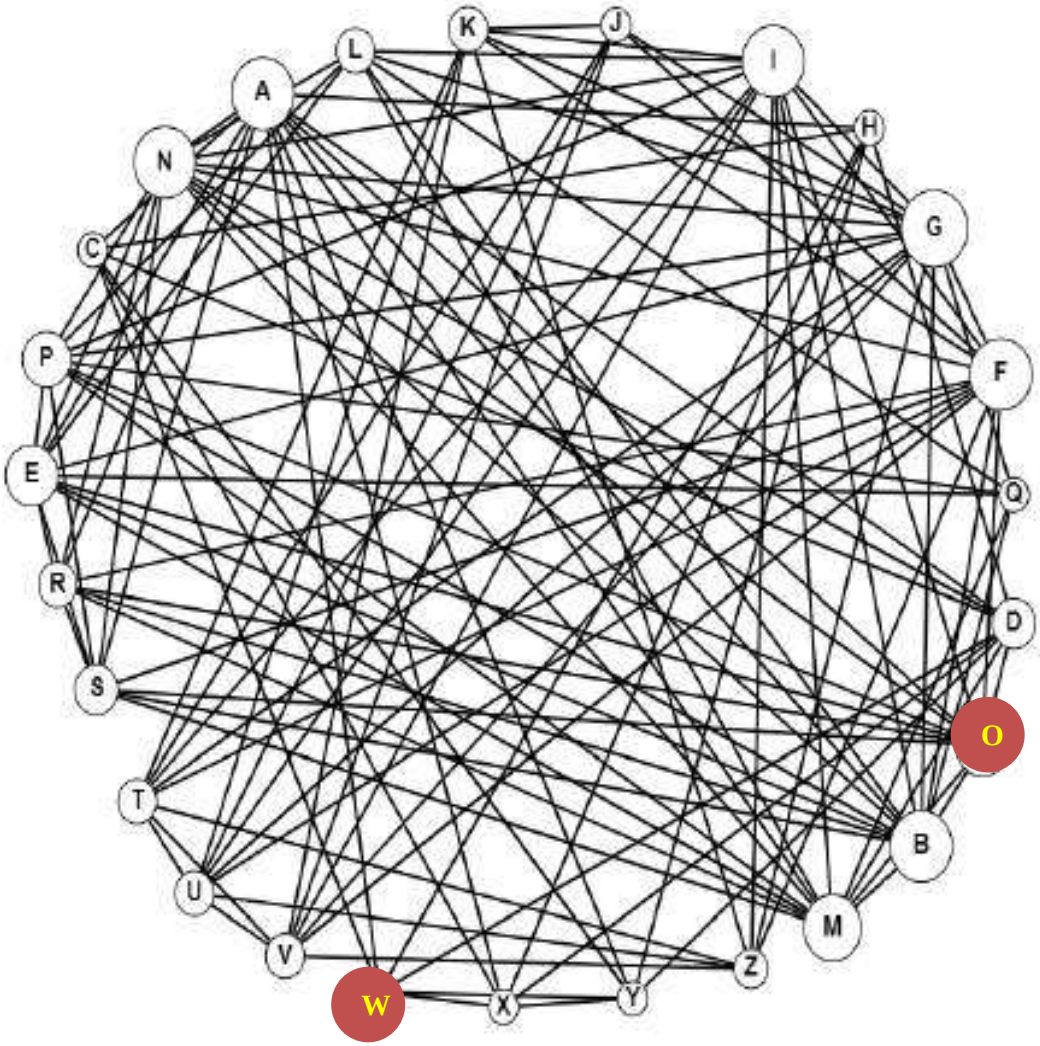
Gambar 4.5 Pewarnaan Simpul B, V dan Y

d. Pemberian warna pada simpul yang berderajat tertinggi keempat yaitu simpul I diberi warna kuning dan simpul yang tidak bertetangga dengan I yaitu S, U dan X dangan warna biru.



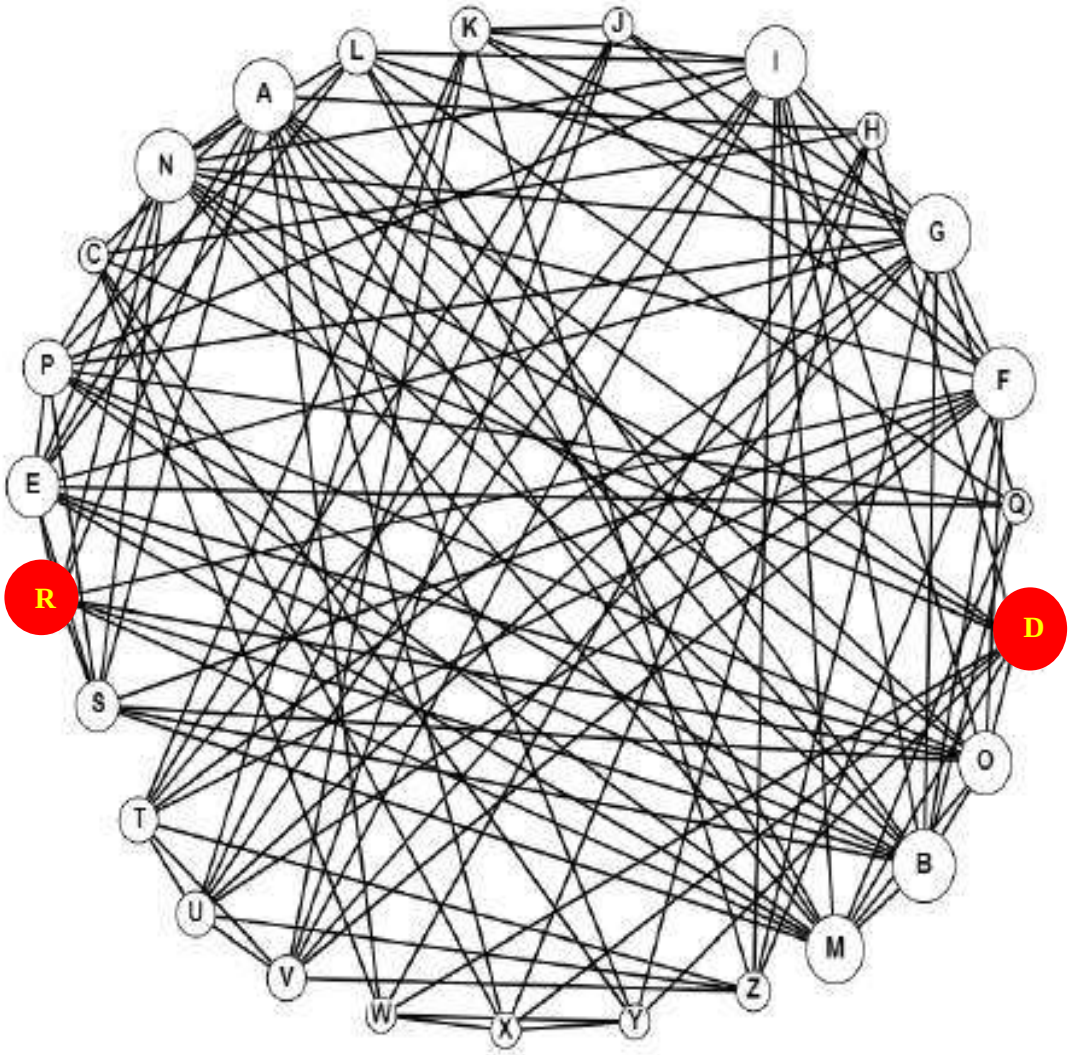
Gambar 4.6 Pewarnaan Simpul I, S, U dan X

e. Pemberian warna pada simpul yang tertinggi selanjutnya yaitu simpul O dan simpul W yang diwarnai dengan warna coklat muda.



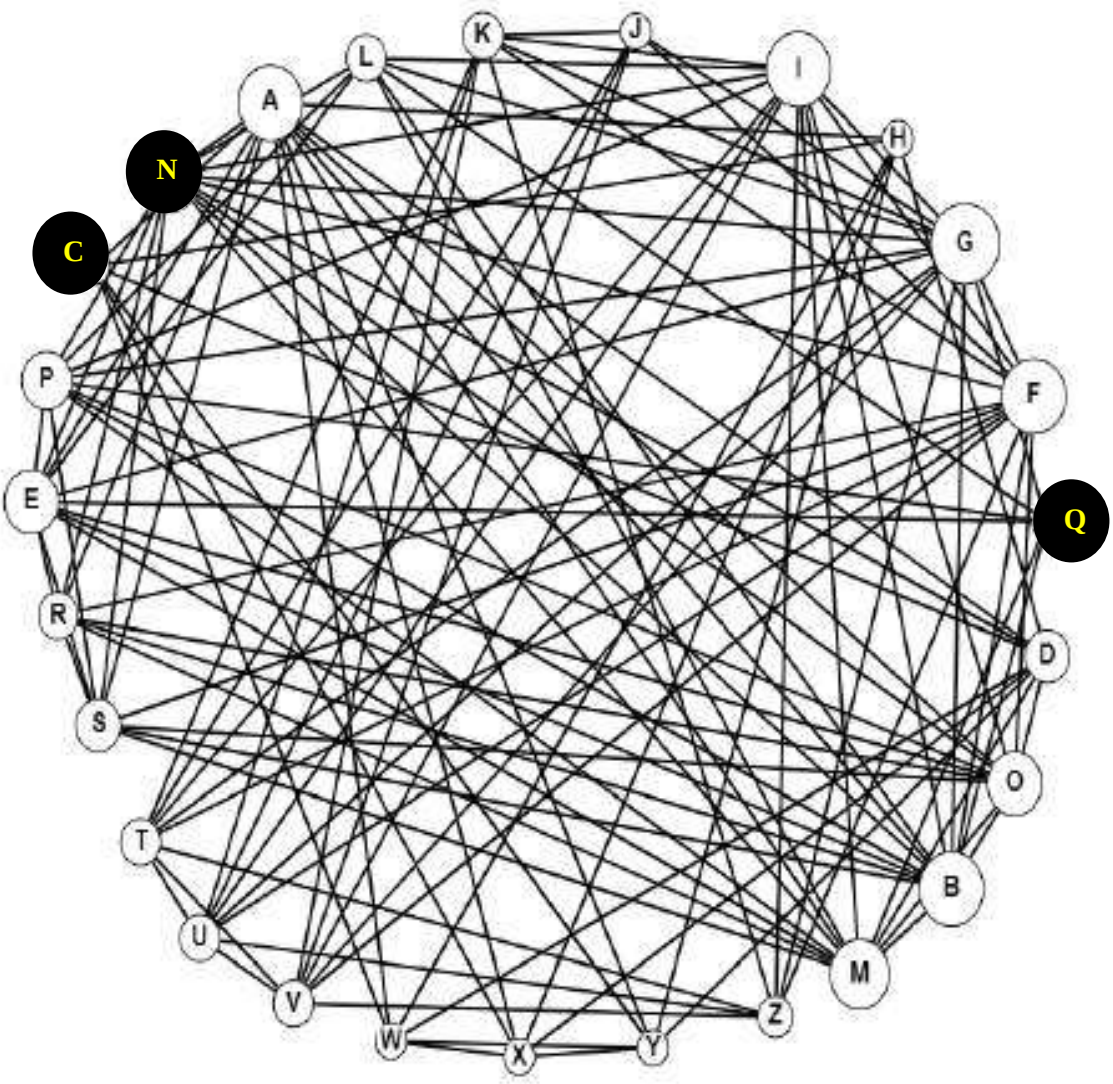
Gambar 4.7 Pewarnaan Simpul O dan W

f. Pemberian warna simpul yang berderajat tertinggi selanjutnya yaitu simpul D dan simpul R yang diwarnai dengan warna merah muda.



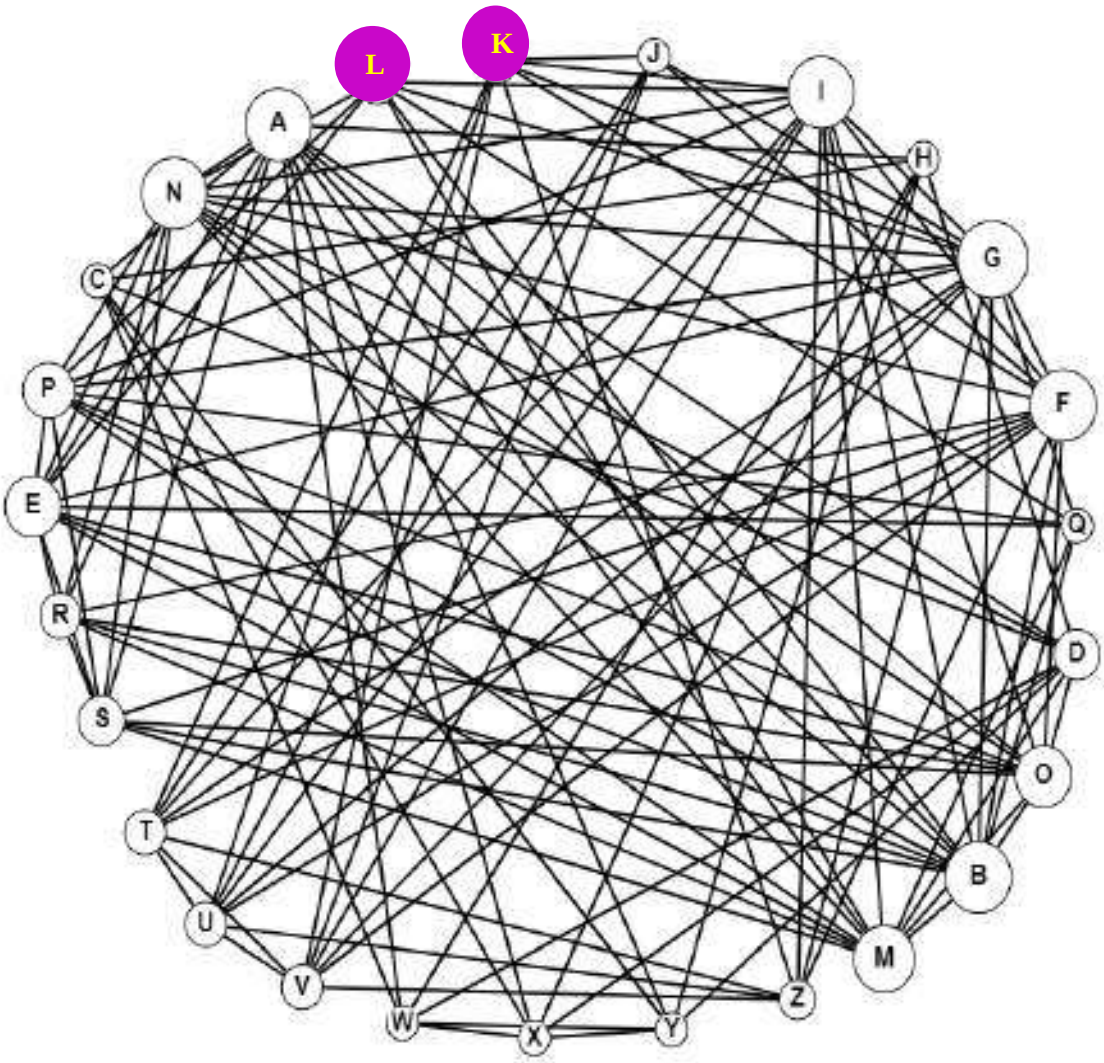
Gambar 4.8 Pewarnaan Simpul D dan R

g. Pemberian warna simpul yang berderajat tertinggi selanjutnya yaitu simpul N dan simpul yang tidak bertetangga dengan simpul N yaitu simpul C dan Q (dalam gambar diberi warna hitam).



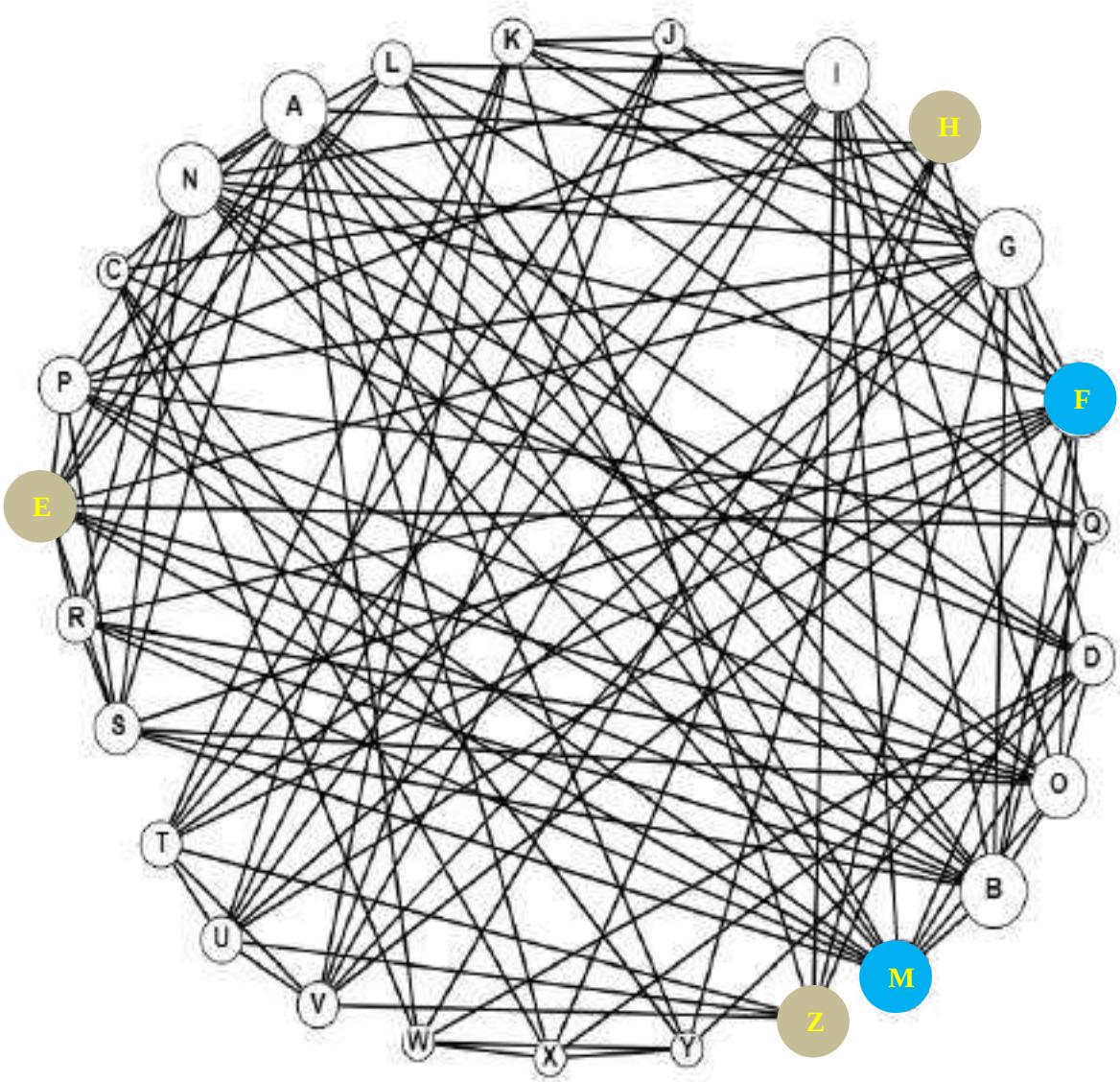
Gambar 4.9 Pewarnaan Simpul C, N dan Q

h. Pemberian warna simpul yang berderajat tertinggi selanjutnya yaitu simpul K dan simpul L (dalam gambar diberi warna ungu).



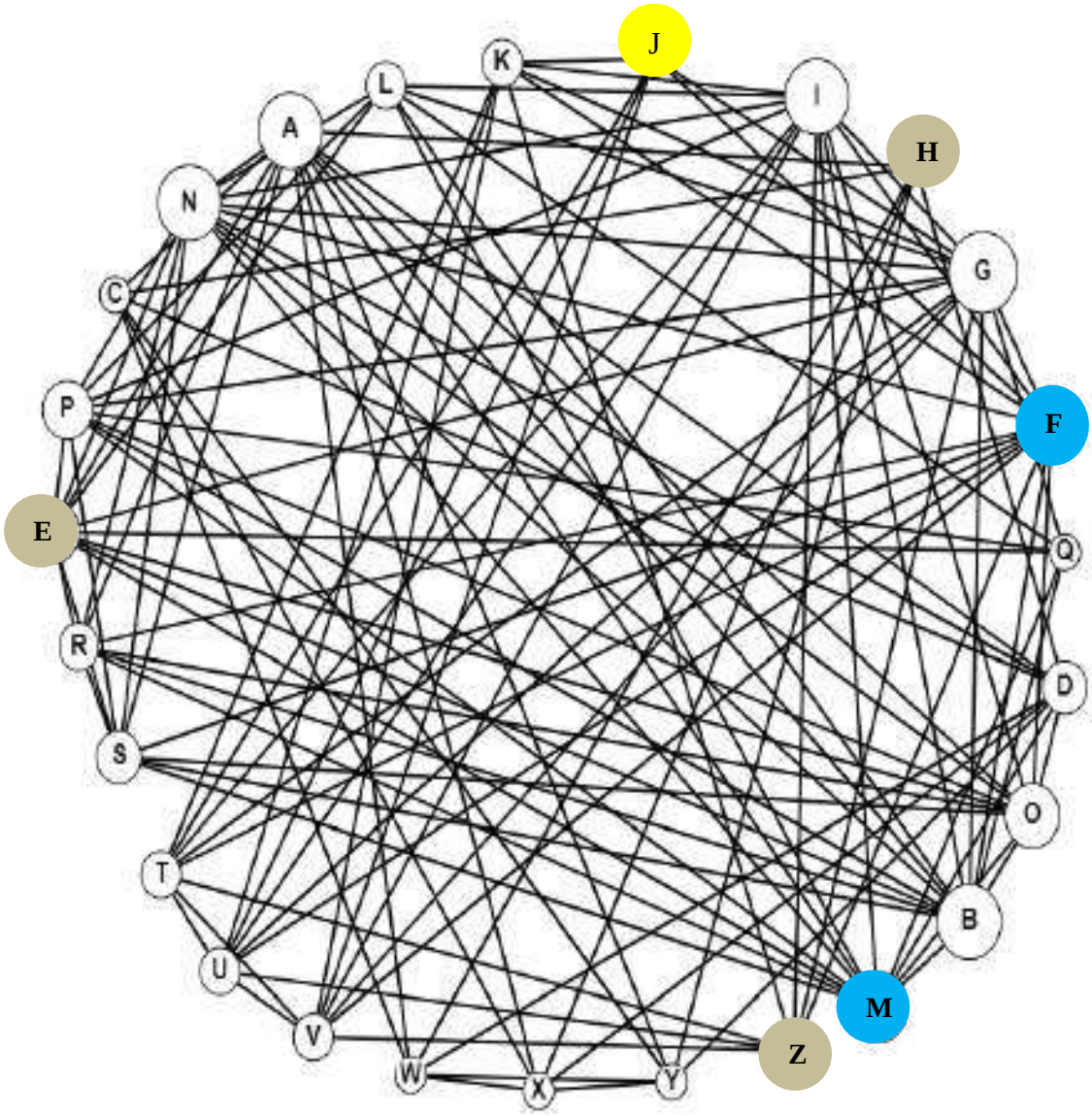
Gambar 4.10 Pewarnaan Simpul K dan L

i. Selanjutnya pemberian warna simpul E, H dan Z (dalam gambar diberi warna abu-abu) dan kemudian selanjutnya simpul M dan F diberi warna biru muda.



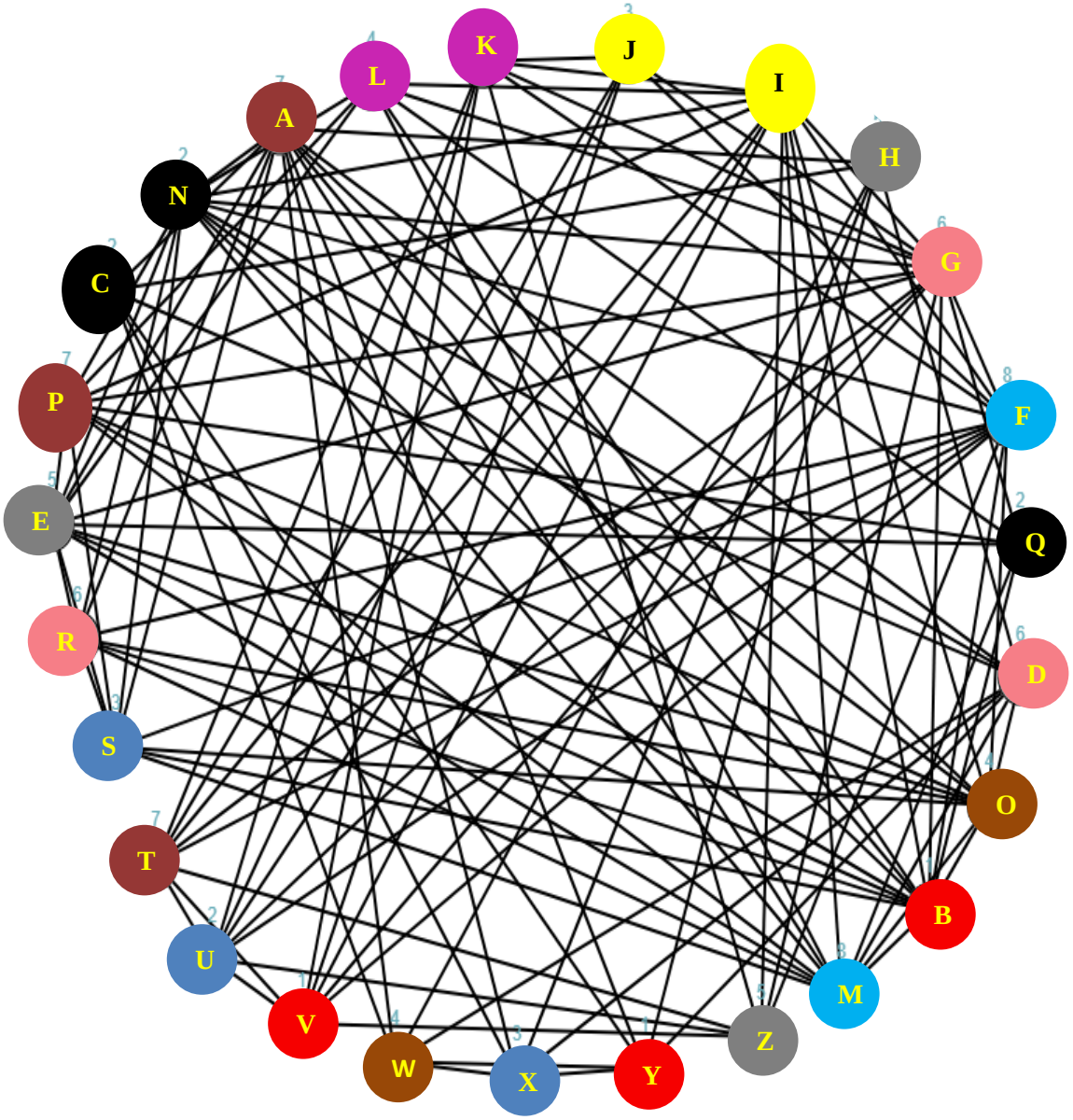
Gambar 4.11 Pewarnaan Simpul E, H, Z dan Simpul F dan M

j. Selanjutnya pemberian warna pada simpul J (dalam gambar diberi warna kuning).



Gambar 4.12 Pewarnaan Simpul J

Diperoleh hasil akhir pewarnaan graf sebagai berikut.



Gambar 4.13 Hasil Akhir Pewarnaan Graf dengan 10 Warna

Berdasarkan hasil pewarnaan graf, dapat disusun jadwal sesuai warna yang sama sebagai berikut.

Tabel 4.4 Warna berdasarkan Mata Kuliah

Hari; Warna; Simpul	Mata Kuliah
Senin; merah muda; (D,G,R)	Bahasa Indonesia, Basis Data, Pengantar Analisis Abstrak
Selasa; coklat; (A,P,T)	Ilmu Sosial Budaya Dasar, Pengantar Analisis Real I, Pengantar Model Probabilitas
Rabu; merah; (B,V,Y)	Aljabar Linear Numerik, Persamaan Diferensial Elementer, Praktek Pengantar Tek.Informasi
Kamis; biru; (S,U,X)	Sistem Dinamik Diskret, Kalkulus Multivariabel I, Logika Matematika Dan Himpunan
Jumat; coklat muda; (O,W)	Tugas Akhir Studi Literatur, Pengantar Tek.Informasi
Senin; hitam; (C,N,Q)	Kalkulus I, Kapita Selekta Aljabar, Geometri Ruang Dimensi
Selasa; ungu; (K,L)	Statistika I, Praktek Aljabar Linier Numerik
Rabu; abu-abu; (E,H,Z)	Fungsi Khas, Aljabar linier Elementer, Pengantar Struktur Aljabar II
Kamis; biru muda; (F,M)	Kimia Dasar I, Matematika Asuransi
Jumat; kuning; (I,J)	Geometri Transformasi, Praktek Statistika I

4.1. Penyusunan Jadwal Berdasarkan Algoritma *Welch Powell*

Dari hasil pewarnaan graf menggunakan algoritma *Welch Powell,* maka dapat disusun jadwal kuliah dari senin–jumat pukul 08.00-17.30 WITA dengan menggunakan 2 ruangan. Dengan demikian, jika menggunakan 2 ruangan tidak akan terjadi bentrok sehingga proses belajar mengajar menjadi lebih efisien. Berikut ini diberikan tabel penyusunan jadwal perkuliahan berdasarkan ruangan yaitu :

Tabel 4.5 Jadwal Mata Kuliah Ruang 1

Hari	Jam Ke	Waktu	Matakuliah	Sks	Ruang
Senin	1	08.00-09.40	Bahasa Indonesia	2	1
	2	10.30-12.10	Basis Data	3	1
	3	14.00-16.30	Pengantar Analisis Abstrak	3	1
Selasa	1	08.00-09.40	Ilmu Sosial Budaya Dasar	2	1
	2	10.30-12.10	Pengantar Analisis Real I	2	1
	3	14.00-16.30	Pengantar Model Probabilitas	2	1
Rabu	1	08.00-09.40	Aljabar Linear Numerik	2	1
	2	10.30-12.10	Persamaan Diferensial Elementer	3	1
	3	14.00-16.30	Praktek Pengantar Tek.Informasi	1	1
Kamis	1	08.00-09.40	Sistem Dinamik Diskret	3	1
	2	10.30-12.10	Kalkulus Multi Variabel I	2	1
	3	14.00-16.30	Logika Matematika Dan Himpunan	2	1
Jumat	1	08.00-09.40	Tugas Akhir Studi Literatur	2	1
	2	10.30-12.10	Pengantar Tek.Informasi	2	1
	3	14.00-16.30	Geometri Tranformasi	2	1

Tabel 4.6 Jadwal Mata Kuliah Ruang 2

Hari	Jam Ke	Waktu	Matakuliah	Sks	Ruang
Senin	1	08.00-09.40	Kalkulus I	3	2
	2	10.30-12.10	Kapita Selekta Aljabar	3	2

	3	14.00-16.30	Geometri Ruang Dimensi	3	2
Selasa	1	08.00-09.40	Statistika I	2	2
	2	10.30-12.10	Praktek Aljabar Linier Numerik	1	2
Rabu	1	08.00-09.40	Fungsi Khas	2	2
	2	10.30-12.10	Aljabar Linier Elementer	3	2
	3	14.00-16.30	Pengantar Struktur Aljabar Iinier	3	2
Kamis	1	08.00-09.40	Kimia Dasar I	2	2
	2	10.30-12.10	Matematika Asuransi	2	2
	3	14.00-16.30	Praktek Statistika I	1	2

4.4. Pewarnaan Graf Menggunakan Algoritma *Sequential Coloring.*

Langkah-langkah algoritma *Sequental Coloring* pada penjadwalan mata kuliah, sebagai berikut :

1. Masukkan simpul (*V*) dan tetangga (*E*)

Tabel 4.7 Urutan Simpul Graf

URUTAN	SIMPUL (*V*)	TETANGGA (*E*)
1	A	BEMNORSCDHWXY
2	B	AEFMNORSILP
3	C	ADHWXY
4	D	MNOCAWXY
5	E	GLQMP
6	F	IJTUVZ
7	G	BELQNPFIJKTUVZ
8	H	ACDWXY
9	I	MNOPFJTUVZ
10	J	FITUVZG
11	K	FGIJTUVZ

12	L	BEGPQIN
13	M	NOPSLEB
14	N	MFEBAORS
15	O	NMFEBARSD
16	P	QELGBONISM
17	Q	PELGBEM
18	R	SONMFEBA
19	S	RONMFEBA
20	T	UVJIFZGK
21	U	FGIJKTVZ
22	V	UTKJIGFZ
23	W	ACDHXY
24	X	YWHDCA
25	Y	XWHDCA
26	Z	VUTKJIGF

2. Menentukan L_i (yaitu kumpulan warna yang mungkin menjadi warna dari titik/simpul). Semua simpul pada graf terlebih dahulu diberikan warna yang berbeda, sehingga L_i untuk simpul graf pada Tabel 4.9 adalah:

L_1 untuk A adalah <1>

L_2 untuk B adalah <1,2>

L_3 untuk C adalah <1,2,3>

L_4 untuk D adlah <1,2,3,4>

L_5 untuk E adalah <1,2,3,4,5>

L_6 untuk F adalah <1,2,3,4,5,6>

L_7 untuk G adalah <1,2,3,4,5,6,7>

L_8 untuk H adalah <1,2,3,4,5,6,7,8,9>

L_9 untuk I adalah <1,2,3,4,5,6,7,8,9,10>

L_{10} sampai L_{26} untuk J sampai Z adalah <1,2,3,...,26>

3. Melakukan pewarnaan dengan berurutan berdasarkan dari urutan simpul A, dimulai dari A = 1 hingga v, sebagai berikut:

a. Warnai simpul V_i dengan C_i (C_i adalah warna pertama pada L_i). Artinya warnai simpul pertama (A) dengan warna pertama.

b. untuk j = i hingga v, dapat dilakukan:

Jika $(x_i x_j) \in E(G)$ maka $L_j = L_j - C_i$, artinya adalah jika C_i (simpul pertama) anggota L_j (warna pertama), buang C_i dari L_j, sebab x_j tidak boleh diwarnai dengan warna C_i, karena C_i telah menjadi warna x_i yang bertetangga dengan x_j. L_j adalah kumpulan warna yang mungkin bisa menjadi warna dari x_j.

Berdasarkan langkah 3, maka proses dari pewarnaan graf dengan menggunakan algoritma *Sequential Coloring* sebagai berikut :

1) Simpul A

Warnai simpul A dengan warna pertama (C = 1), Kemudian susun semua simpul yang bertetangga (L_i) dengan A adalah L_1 = {B, E, M, N, O, R, S, C, D, H, W, X, Y} sehingga simpul A diwarnai dengan warna pertama (1) maka simpul A berwarna 1.

2) Simpul B

Kemudian untuk simpul yang bertetengga dengan B adalah L2 = { A, E, F, M, N, O, R, S, I, L, P } Karena B bertetangga dengan A yang telah memiliki warna c = 1

maka simpul B diwarnai dengan warna ke-2 sehingga simpul B berwarna 2 (warna yang kedua).

3) Simpul C

Untuk warna simpul C, lihat L3 (simpul yang betetangga dengan C) = { A, D, H, W, X, Y} = karena simpul C tidak bertetangga dengan simpul B yang berwarna 2 maka warnai simpul C kembali dengan warna ke-2 sehingga simpul C berwarna 2.

4) Simpul D

L4 = { M, N, O, C, A, W, X, Y} = karena simpul D bertetangga dengan simpul A yang berwarna 1 dan simpul C berwarna 2 maka simpul D berwarna ke-3 sehingga simpul D diwarnai dengan warna 3.

5) Simpul E

L_5 = { G, L, Q, M, P} = karena pada simpul A muncul simpul A (berwarna 1) dan simpul B (berwarna 2) yang bertetanga dengan simpul E maka simpul E dapat diwarnai kembali dengan warna 3 sehingga simpul E berwarna 3.

6) Simpul F

L_6 = { I, J, T, U, V, Z} = karena pada simpul B muncul simpul F bertetangga dengan B (berwarna 2) maka warnai kembali simpul F dengan warna 1 sehingga simpul F berwarna 1.

7) Simpul G

L_7 = {B, E, L, Q, N, P, F, I, J, K, T, U, V, Z} = karena simpul G bertetangga dengan simpul B (berwarna 2), simpul E (berwarna 3) dan F (berwarna 1) maka warnai simpul G dengan warna ke-4 sehingga Simpul F berwarna 4.

8) Simpul H

L_8 = { A, C, D, W, X, Y} = karena simpul H bertetangga dengan simpul A (berwarna 1), simpul C (berwarna 2) dan simpul D (berwarna 3) maka warnai kembali simpul D dengan warna ke-4 sehingga Simpul D berwarna 4.

9) Simpul I

L_9 = { M, N, O, P, F, J, T, U, V, Z} = karena pada simpul B (berwarna 2) muncul simpul I bertetangga dengan simpul B, pada simpul F (berwarna 1) muncul simpul I bertetangga dengan simpul F dan pada simpul G muncul simpul I bertetangga dengan G (berwarna 4) maka warnai simpul I dengan warna ke-3 sehingga Simpul I berwarna 3.

10) Simpul J

L_{10} = { F, I, T, U, V, Z, G} = karena simpul J bertetangga dengan simpul F (berwarna 1), simpul G (berwarna 4) dan simpul I (berwarna 3) karena warna 1,3 dan 4 telah digunakan maka simpul J diwarnai kembali dengan warna ke-2 sehingga Simpul J berwarna 2.

11) Simpul K

L_{11} = { F, G, I, J, T, U, V, Z} = karena simpul K bertetangga dengan simpul F (berwarna 1), simpul G (berwarna 4),simpul I (berwarna 3), simpul J (berwarna 2) maka warnai simpul K dengan warna ke-5 sehingga Simpul K berwarna 5.

12) Simpul L

L_{12} = {B, E, G, P, Q, I, N} = karena simpul L bertetangga dengan simpul B (berwarna 2), simpul E (berwarna 3), simpul G (berwarna 4) dan simpul I (berwarna

3) maka simpul L dapat diwarnai dengan warna 1.

13) Simpul M

L_{13} = {N, O, P, S, L, E, B} = karena simpul M bertetangga dengan simpul B (berwarna 2), simpul L (berwarna 1) dan simpul E (berwarna 3) kemudian pada simpul A (berwarna 1) bertetangga dengan simpul M maka warnai simpul M dengan warna ke-4 sehingga simpul M berwana 4.

14) Simpul N

L_{14} = { M, F, E, B, A, O, R, S} = karena simpul N bertetangga dengan simpul A (berwarna 1), simpul B (berwarna 2), simpul E (berwarna 3), simpul F (berwarna 1) dan simpul M (berwarna 4) maka simpul N diwarnai dengan warna ke-5 sehingga simpul N berwarna 5.

15) Simpul O

L_{15} = {N, M, F, E, B, A, R, S, D} = karena simpul O bertetangga dengan simpul A (berwarna 1), simpul B (berwarna 2), simpul D (berwarna 3), simpul E (berwarna 3), simpul F (berwarna 1), simpul M (berwarna 4) dan simpul N (berwarna 5) maka Simpul O diwarnai dengan warna ke-6 sehingga Simpul O berwarna 6.

16) Simpul P

L_{16} = {Q, E, L, G, B, O, N, I, S, M} = karena simpul P bertetangga dengan simpul B (berwarna 2), simpul E (berwarna 3), simpul I (berwarna 3),simpul L (berwarna 1), simpul G (berwarna 4), simpul M (berwarna 4), simpul N (berwarna 5) dan simpul O (berwarna 6) maka warnai simpul P dengan warnai ke-7 sehingga simpul P berwarna 7.

17) Simpul Q

L_{17} = {P, E, L, G, B, M} = karena simpul Q bertetangga dengan simpul B (berwarna 2), simpul E (berwarna 3), simpul G (berwarna 4), simpul M (berwarna 4), simpul L (berwarna 1) dan simpul P (berwarna 7) maka simpul Q bewarna ke-5 sehinga simpul Q berwarna 5.

18) Simpul R

L_{18} = {S, O, N, M, F, E, B, A} = karena simpul R bertetangga dengan simpul A (berwarna 1), simpul B (berwarna 2), simpul E (berwarna 3), simpul F (berwarna 1), simpul M (berwarna 4), simpul N (berwarna 5) dan simpul O (berwarna 6) maka warnai simpul R dengan warna ke-7 sehingga simpul R berwarna 7.

19) Simpul S

L_{19} = {R, O, N, M, F, E, B, A} = karena simpul S bertetangga dengan A (berwana 1), simpul B (berwarna 2), simpul E (berwarna 3), simpul F (berwarna 1), simpul M (berwarna 4), simpul N (berwarna 5), simpul O (berwarna 6) dan simpul R (berwarna 7) maka simpul S diwarnai dengan warna ke-8 sehingga simpul S berwarna 8.

20) Simpul T

L_{20} = {U, V, Z, J, I, F, G, K} = karena simpul T bertetangga dengan simpul F (berwarna 1), simpul G (berwarna 4), simpul I (berwarna 3), simpul J (berwarna 2) dan simpul K (berwarna 5) maka simpul T dapat diwarnai dengan warna ke-6 sehingga simpul T berwarna 6.

21) Simpul U

L_{21} = {F, G, I, J, K, T, V, Z} = karena simpul U bertetangga dengan simpul F (berwarna 1), simpul G (berwarna 4), simpul I (berwarna 3), simpul J (berwarna 2), simpul K (berwarna 5) dan simpul T (berwarna 6) maka simpul U diwarnai dengan warna ke-7 sehingga simpul U berwarna 7.

22) Simpul R

L_{22} = {S, O, N, M, F, E, B, A} = karena simpul R bertetangga dengan simpul A (berwarna 1), simpul B (berwarna 2), simpul E (berwarna 3), simpul F (berwarna 1), simpul M (berwarna 4), simpul N (berwarna 5) dan simpul O (berwarna 6) maka warnai simpul R dengan warna ke-7 sehingga simpul R berwarna 7.

23) Simpul S

L_{23} = {R, O, N, M, F, E, B, A} = karena simpul S bertetangga dengan A (berwana 1), simpul B (berwarna 2), simpul E (berwarna 3), simpul F (berwarna 1), simpul M (berwarna 4), simpul N (berwarna 5), simpul O (berwarna 6) dan simpul R (berwarna 7) maka simpul S diwarnai dengan warna ke-8 sehingga simpul S berwarna 8.

24) Simpul T

L_{24} = {U, V, Z, J, I, F, G, K} = karena simpul T bertetangga dengan simpul F (berwarna 1), simpul G (berwarna 4), simpul I (berwarna 3), simpul J (berwarna 2) dan simpul K (berwarna 5) maka simpul T dapat diwarnai dengan warna ke-6 sehingga simpul T berwarna 6.

25) Simpul U

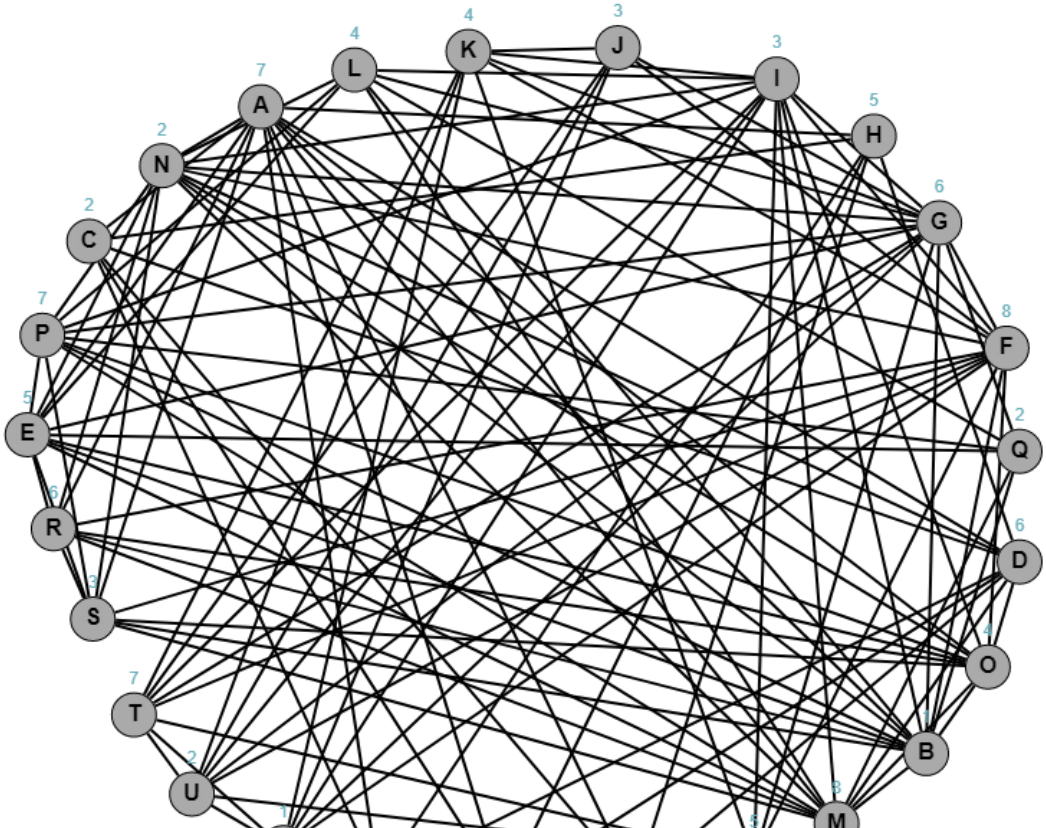
L_{25} = {F, G, I, J, K, T, V, Z} = karena simpul U bertetangga dengan simpul F

(berwarna 1), simpul G (berwarna 4), simpul I (berwarna 3), simpul J (berwarna 2), simpul K (berwarna 5) dan simpul T (berwarna 6) maka sipul U diwarnai dengan warna ke-7 sehingga simpul U berwarna 7.

26) Simpul Z

L_{26} = {V, U, T, K, J, I, G, F} = karena simpul Z bertetangga dengan simpul V (berwarna 8), simpul U (berwarna 7), simpul T (berwarna 6), simpul K (berwarna 5), simpul J (berwarna 2), simpul I (berwarna 3), simpul G (berwarna 3) dan simpul F (berwarna 1) maka sipul Z diwarnai dengan warna ke-4 sehingga simpul Z berwarna 4.

Dengan menggunakan cara yang sama kita bisa mendapatkan warna 1, 2, 3, 4,5,6,7 dan 8 dengan memperhatikan simpul yang bertetangga tidak boleh diberi warna yang sama, maka hasil gambar pewarnaan graf sabagai berikut :



4. Mempresentasikan jumlah warna yang digunakan algoritma *Sequential Coloring* dalam mewarnai graf.

Dari perhitungan diatas maka diperoleh warna setiap simpulnya dalam tabel hasil pewarnaan graf berikut :

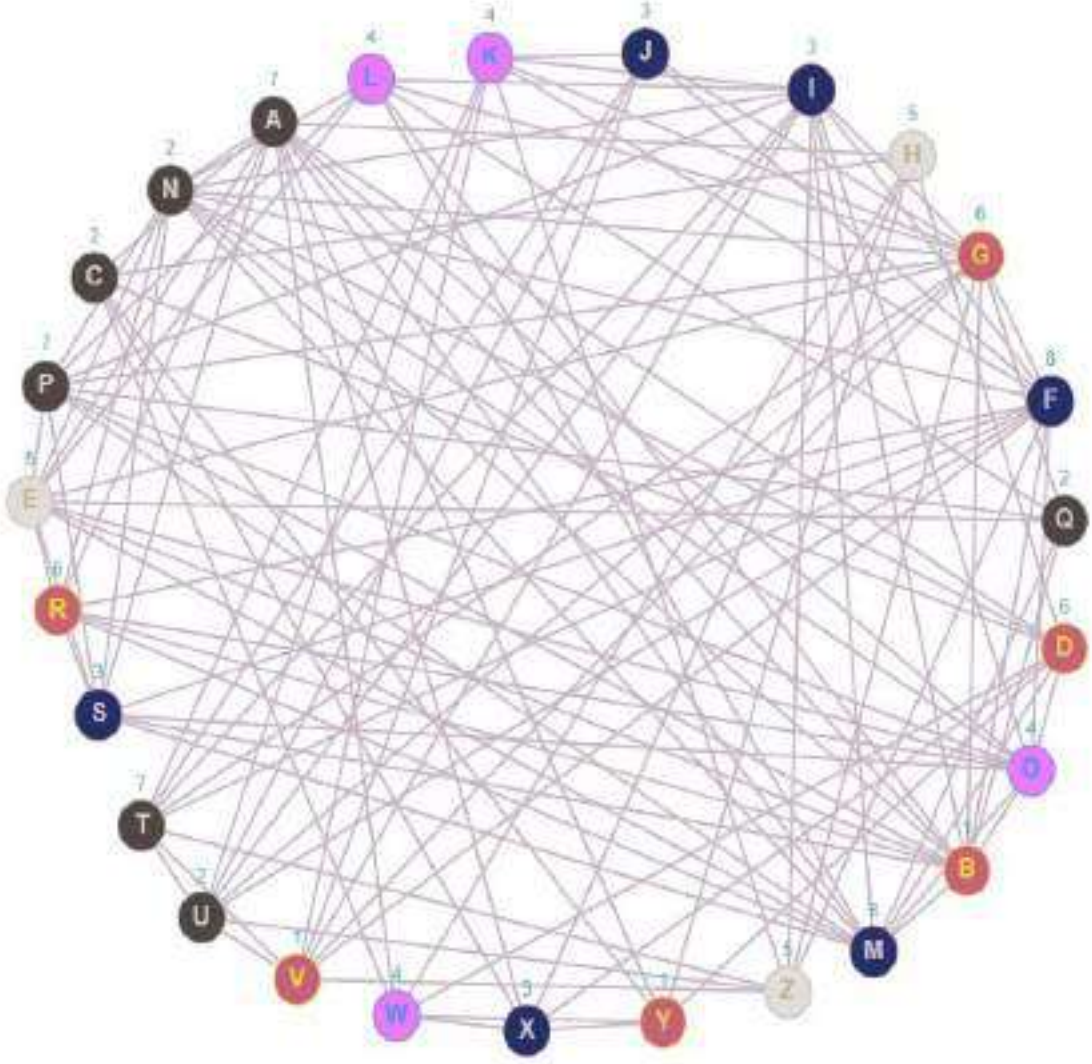
Tabel 4.10 Hasil Pewarnaan Graf Algoritma *Sequential*.

SIMPUL (V)	TETANGGA (E)	URUTAN	WARNA
A	BEMNORSCDHWXY	1	1
B	AEFMNORSILP	2	2
C	ADHWXY	3	2
D	MNOCAWXY	4	3
E	GLQMP	5	3

F	IJTUVZ	6	1
G	BELQNPFIJKTUVZ	7	4
H	ACDWXY	8	4
I	MNOPFJTUVZ	9	3
J	FITUVZG	10	2
K	FGIJTUVZ	11	5
L	BEGPQIN	12	1
M	NOPSLEB	13	4
N	MFEBAORS	14	5
O	NMFEBARSD	15	6
P	QELGBONISM	16	7
Q	PELGBEM	17	5
R	SONMFEBA	18	7
S	RONMFEBA	19	8
T	UVJIFZGK	20	6
U	FGIJKTVZ	21	7
V	UTKJIGFZ	22	8
W	ACDHXY	23	5
X	YWHDCA	24	6
Y	XWHDCA	25	7
Z	VUTKJIGF	26	4

Berdasakan Gambar 4.14, diperoleh hasil dari pewarnaan graf menggunakan algoritma *Sequetial Coloring* yaitu 8 warna maka bilangan kromatiknya (X(G) = 8).

Misalkan warna 1 itu adalah merah, warna 2 adalah hitam, warna 3 adalah biru muda, warna 4 adalah ungu, warna 5 adalah abu-abu, warna 6 adalah merah muda, warna 7 adalah coklat, warna 8 adalah biru, maka hasil pewarnaan graf menggunakan algoritma *Sequetial Coloring* sebagai berikut :



Gambar 4.15 Hasil Pewarnaan dengan 8 Warna.

Sehingga tabel hasil pewarnaan graf menggunakan algoritma *Sequential Coloring* sebagai berikut :

Tabel 4.11 Hasil Pewarnaan Mata Kuliah

SIMPUL	MATA KULIAH	SKS	WARNA
A	Ilmu Sosial Budaya dasar	2	Merah
B	Aljabar Linear Numerik	2	Hitam
C	Kalkulus I	3	Hitam
D	Bahasa Indonesia	2	Biru muda
E	Fungsi Khas	2	Biru muda
F	Kimia dasar I	2	Merah
G	Basis Data	3	Ungu
H	Aljabar Linier Elementer	3	Ungu
I	Geometri Transformasi	2	Biru muda
J	Praktek Statistika I	1	Hitam
K	Statistika I	2	Abu-abu
L	Praktek Aljabar Linier Numerik	1	Merah
M	Matematika Asuransi	2	Ungu
N	Kapita Selekta Aljabar	3	Abu-abu
O	Tugas Akhir Studi Literatur	2	Merah muda
P	Pengantar Analisis Real I	2	Coklat
Q	Geometri Ruang Dimensi	3	Abu-abu
R	Pengantar Analisis Abstrak	3	Coklat

S	Sistem Dinamik Diskret	3	Biru
T	Pengantar Model Probabilitas	2	Merah muda
U	Kalkulus Multivariabel I	2	Coklat
V	Persamaan Diferensial Elementer	3	Biru
W	Pengantar Tek. Informasi	2	Abu-abu
X	Logika Matematika dan Himpunan	2	Merah muda
Y	Praktikum Pengantar Tek. Informasi	1	Coklat
Z	Pengantar Struktur Aljabar II	3	Ungu

4.5. Hasil Pewarnaan Graf

Diperoleh hasil pewarnaan graf dengan kedua algoritma sebagai berikut.

Tabel 4.12 Pewarnaan Simpul Mata Kuliah dengan dua Algoritma

SIMPUL	MATA KULIAH	SKS	ALGORITMA	
			Welch Powell	***Sequential***
A	Ilmu Sosial Budaya dasar	2	coklat	Merah
B	Aljabar Linear Numerik	2	merah	Hitam
C	Kalkulus I	3	hitam	Hitam
D	Bahasa Indonesia	2	merah muda	Biru muda
E	Fungsi Khas	2	abu-abu	Biru muda

F	Kimia dasar I	2	biru muda	Merah
G	Basis Data	3	merah muda	Ungu
H	Aljabar Linier Elementer	3	abu-abu	Ungu
I	Geometri Transformasi	2	kuning	Biru muda
J	Praktek Statistika I	1	kuning	Hitam
K	Statistika I	2	ungu	Abu-abu
L	Praktek Aljabar Linier Numerik	1	ungu	Merah
M	Matematika Asuransi	2	biru muda	Ungu
N	Kapita Selekta Aljabar	3	hitam	Abu-abu
O	Tugas Akhir Studi Literatur	2	coklat muda	Merah muda
P	Pengantar Analisis Real I	2	coklat	Coklat
Q	Geometri Ruang Dimensi	3	hitam	Abu-abu
R	Pengantar Analisis Abstrak	3	merah muda	Coklat
S	Sistem Dinamik Diskret	3	biru	Biru
T	Pengantar Model Probabilitas	2	coklat	Merah muda
U	Kalkulus Multivariabel I	2	biru	Coklat
V	Persamaan Diferensial Elementer	3	merah	Biru
W	Pengantar Tek. Informasi	2	coklat muda	Abu-abu
X	Logika Matematika dan Himpunan	2	biru	Merah muda
Y	Praktikum Pengantar Tek. Informasi	1	merah	Coklat
Z	Pengantar Struktur Aljabar II	3	abu-abu	Ungu

	Jumlah Warna	**10**	**8**

Berdasarkan Tabel 4.12 diperoleh perbandingan warna untuk setiap mata kuliah, dimana pada pewarnaan simpul penjadwalan dengan menggunakan algoritma *Welch Powell* menghasilkan bilangan kromatik X(G) = 10 dan algoritma *Sequential Coloring* menghasilkan bilangan kromatik X(G) = 8.

Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa pewarnaan simpul penjadwalan dengan menggunakan algoritma *Sequential Coloring* lebih baik dibandingkan dengan menggunakan algoritma *Welch Powell*. Hal ini dikarenakan pewarnaan simpul penjadwalan dengan menggunakan algoritma *Sequential Coloring* (8 warna) warna yang dihasilkan lebih sedikit dibandingkan menggunakan algoritma *Welch Powell* (10 warna).

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan dari Bab IV maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Pada algoritma *Welch Powell* diperoleh 10 warna untuk masing-masing mata kuliah yaitu Ilmu Sosial Budaya Dasar berwarna Coklat, Aljabar Linear Numerik berwarna Merah, Kalkulus I berwarna Hitam, Bahasa Indonesia berwarna Merah Muda, Fungsi Khas berwarna Abu-Abu, Kimia Dasar I berwarna Biru Muda, Aljabar Linier Elementer berwarna Abu-Abu, Geometri Transformasi berwarna Kuning, Prak. Statistika I berwarna Kuning, Statistika I berwarna Ungu, Prak.Aljabar Linier berwarna Ungu, Mat.Asuransi berwarna Biru Muda, Kapita Selekta Aljabar berwarna Hitam, TA.Studi Literatur berwarna Coklat Muda, Pengantar Analisis Real I berwarna Coklat, Geometri Ruang Dimensi berwarna Hitam, Pengantar Analisis Abstrak berwarna Merah muda, Sistem Dinamik Diskret berwarna Biru, Pengantar Model Probabilitas berwarna Coklat, Kalkulus Multivariabel I berwarna Biru, Persamaan Diferensial Elementer berwarna Merah, Pengantar Tek.Informasi berwarna Coklat Muda, Ligika Matematika dan Himpunan berwarna Biru, Praktikum

Pengantar Tek.Informasi berwarna Merah, Pengantar Struktur aljabar II berwarna Abu-abu.

2. Pada algoritma *Sequential Coloring* diperoleh 8 warna untuk masing-masing mata kuliah yaitu Ilmu Sosial Budaya Dasar berwarna Merah, Aljabar Linear Numerik berwarna Hitam, Kalkulus I berwarna Hitam, Bahasa Indonesia berwarna Biru Muda, Fungsi Khas berwarna Biru muda, Kimia Dasar I berwarna Merah, Basis Data berwarna Ungu, Aljabar Linier Elementer berwarna Ungu, Geometri Transformasi berwarna Biru muda, Prak. Statistika I berwarna Hitam, Statistika I berwarna Abu-abu, Prak.Aljabar Linier berwarna Merah, Mat.Asuransi berwarna Biru Ungu, Kapita Selekta Aljabar berwarna Abu-abu, TA.Studi Literatur Berwarna Merah Muda, Pengantar Analisis Real I berwarna Coklat, Geometri Ruang Dimensi berwarna Abu-abu, Pengantar Analisis Abstrak berwarna Coklat, Sistem Dinamik Diskret berwarna Biru, Pengantar Model Probabilitas berwarna Merah muda, Kalkulus Multivariabel I berwarna Coklat, Persamaan Diferensial Elementer berwarna Biru, Pengantar Tek.Informasi berwarna abu-abu, Ligika Matematika dan Himpunan berwarna Merah muda, Praktikum Pengantar Tek.Informasi berwarna Coklat, Pengantar Struktur aljabar II berwarna Ungu.
3. Pewarnaan simpul penjadwalan dengan menggunakan algoritma *Sequential Coloring* lebih baik dibandingkan dengan menggunakan algoritma *Welch Powell.* Hal ini dikarenakan pewarnaan simpul penjadwalan dengan menggunakan algoritma *Sequential Coloring* (8 warna) warna yang dihasilkan lebih sedikit dibandingkan menggunakan algoritma *Welch Powell* (10 warna).

5.2 Saran

Skripsi ini membahas salah satu aplikasi pada bidang teori graf tentang pewarnaan graf menggunakan algoritma *Welch Powell* dan algoritma *Sequential Coloring*. Penelitian lain dapat dikembangkan dari tugas akhir ini adalah pewarnaan graf yang juga digunakan pada kasus pengaturan lampu lalu lintas menggunakan algoritma lain serta pewarnaan bisa dilakukan juga dengan menggunakan program komputer.

DAFTAR PUSTAKA

Alhamis. (2012). Aplikasi Algoritma *Sequential Color* Untuk Pewarnaan Peta Wilayah Kabupaten Kuantan Singgingi Provinsi Riau. Tugas akhir, Prodi matematika, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, Pekan Baru.

Ammar, M. (2019). Implementasi Algoritma Sequential dan *Welch* Powell pada pewarnaan graf (studi kasus pewarnaan peta kota makassar).JURNAL VARIAN *VOL.3 NO.1 0KTOBER 2019.*

Mussafi, N S M. (2015). Penerapan *Greedy Coloring Algoritma* Pada Peta Kota madya Yogyakarta Berbasis *Four-Color Theorem*. Jurnal Kaunia, VOL 11 No 1. Prodi matematika Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.Yogyakarta.

Rahadi, A, P.(2019). Penjadwalan Mata Kuliah Menggunakan Pewarnaan Graf *Algoritma Largest First.* Jurnal Padegogik, Vol. 02 No. 1 januari-juni 2019. Universitas Advent Indonesia.

Ramadhani, R A. (2016*).* *Implementasi Graph Coloring* dalam pemetaan Kecamatan Di Kabupaten Kediri. Jurnal SIMETRIS, VOL 7 NO 2 November 2016. Program Studi Teknik Informatika Unversitas PGRI Kediri. Kediri.

Saldi, S. (2017*).* *Implementasi Algoritma Tabu Search* dalam Pewarnaan Simpul Graf. Skripsi. Jurusan matematika Fakultas Sains Dan Teknologi UIN Alauddin. Makasar.

Sukriadi. (2019). *Implementasi Algoritma Sequential Coloring* Dalam Pewarnaan Graph Pemetaan Daerah Kabupaten Jeneponto. Skripsi. Jurusan Matematika. Universitas Islam Negeri Alauddin. Makassar.

Susiloputro, A. (2012). Penerapan Pewarnaan Graf Pada Penjadwalan Ujian Menggunakan Algoritma *Welsh Powell.* UNNES *Journal of Mathematics* 1(1), 2012. http://.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm.

Sonita A., & Sari M,. (2018). Implementasi Algoritma *Sequential Searching* Untuk Pencarian Nomor Surat Pada Sistem Arsip Elektronik. Jurnal *Pseudocode*, Volume V Nomor 1, Februari 2018, ISSN 2355-5920 Www.Ejournal.Unib.Ac.Id/Index.Php/Pseudocode.

Utari, A. (2019). Bilangan Kromatik Graf Hasil Operasi Dan Aplikasinya Pada Pewarnaan Graf. Skripsi. Jurusan Matematika. Universitas Sanata Dharma Yogyakarta. Yogyakarta.

Yusnita, A. (2019). Penerapan Metode Pewarnaan Graf Untuk Penjadwalan Mata Kuliah. Jurnal Media Informatika Budidarma, Vol 3, No 3, Juli 2019.

RIWAYAT HIDUP

Niscayah Kiring, biasa di panggil ***Ica/Cahya***, lahir pada Hari Senin Tanggal 22 Desember 1997 di Desa Tengkapak Kecamatan Tanjung Selor, putra kedua dari lima bersaudara dari pasangan Bapak Kiring Iban dan Ibu Saret Njau, saat ini bertempat tinggal di jalan dermaga, Rt.004, Desa Tengkapak, Kecamatan Tanjung Selor, Provinsi Kalimantan Utara.

Saya mulai menempuh Pendidikan saya di Sekolah Dasar Negeri 009 Tanjung Selor (Tahun 2003-2010) , saya melanjutkan lagi ke Sekolah Menengah Pertama Negeri 3 Tanjung Selor (2010-2013), kemudian saya lanjut lagi ke Sekolah Menengah Kejuruan Negeri 3 Tanjung Selor dengan mengambil Jurusan Teknik Alat Berat (TAB) (Tahun 2013-2016) dan puji tuhan saya bisa lulus dengan nilai yang memuaskan. Pada Tahun 2017 saya melanjutkan pendidikan lagi di Perguruan tinggi Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Universitas Kaltara Tanjung Selor.

Dari bulan September-Oktober Tahun 2021 melaksanakan Kuliah Kerja Nyata-Belajar Bersama Masyarakat (KKN-BBM) dan melaksanakan Program Holistik Pembinaan dan Pemberdayaan Desa (PHP2D) di Desa Salimbatu, Kecamatan Tanjung Palas Tengah, Kabupaten Bulungan, Provinsi Kalimantan Utara.

Itulah yang sempat saya bisa tuliskan tentang kisah perjalanan hidupku selama saya menempuh pendidikan sampai sekarang ini, sekian dan terimah kasih.